

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПРОЦЕССОВ
ЭНЕРГОСБЕРЕГАЮЩЕГО АСИНХРОННОГО
ДВИГАТЕЛЯ С КОРОТКОЗАМКНУТЫМ РОТОРОМ
В СТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМАХ РАБОТЫ**

В.И. Косматов, В.О Танич, У. В. Карпова

*ФГБОУ ВПО «Магнитогорский государственный технический
университет им. Г.И. Носова», Россия, г. Магнитогорск*

Аннотация

Для исследования стационарных режимов энергосберегающего асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором разработана упрощенная Т-образная схема замещения. Произведены расчеты токов статора, намагничивающего контура и ротора.

Ключевые слова: энергосберегающий, двигатель, схема, замещения, токи.

**SIMULATION OF ELECTROMAGNETIC PROCESSES
OF ENERGY SAVING CAGE ROTOR ASYNCHRONOUS
DRIVE IN STEADY MODES**

V.I. Kosmatov, V.O Tanich, U.V. Karpova

*Nosov Magnitogorsk State Technical University
Russia, Magnitogorsk*

Abstract

The simplified squirrel cage scheme of replacement is developed for stationary modes energy saving asynchronous motor. The calculations of stator currents magnetizing of circuit and rotor are made.

Key words: energy saving, motor, scheme, replacement, currents.

Актуальность работы

Предлагаемая методика математического описания электромагнитных процессов в энергосберегающем асинхронном двигателе позволяет производить инженерные расчеты по определению загрузки двигателей в стационарных режимах работы.

Для энергосберегающего асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором и индивидуальной компенсацией (ЭАД) справедливо

математическое описание электромагнитных процессов в стационарном режиме работы [1]

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= (R_1 + jX_1)\dot{I}_1 + jX_m\dot{I}_2 + jX_m\dot{I}_3; \\ 0 &= jX_m\dot{I}_1 + \left(\frac{R_2}{S} + jX_2\right)\dot{I}_2 + jX_m\dot{I}_3; \\ 0 &= jX_m\dot{I}_1 + jX_m\dot{I}_2 + (R_3 + jX_3 - jX_C)\dot{I}_3; \\ \dot{I}_m &= \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Системе уравнений (1) соответствует T-образная схема замещения ЭАД, представленная на рис. 1.

Для системы уравнений (1) запишем матрицу 3 порядка

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} R_1 + jX_1 & jX_m & jX_m \\ jX_m & \frac{R_2}{S} + jX_2 & jX_m \\ jX_m & jX_m & R_3 + j(X_3 - X_C) \end{vmatrix} \quad (2)$$

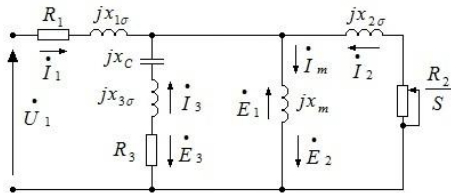


Рис. 1. T-образная схема замещения ЭАД с компенсационной обмоткой

Определитель (детерминант) 3 порядка, соответствующий матрице (2), вычисляется по формуле

$$\Delta = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}.$$

Тогда имеем

$$\begin{aligned} \Delta = & (R_1 + jX_1) \left\{ \left[\left(\frac{R_2}{S} + jX_2 \right) R_3 + j(X_3 - X_C) \right] - j^2 X_m^2 \right\} - \\ & - jX_m \left\{ jX_m [R_3 + j(X_3 - X_C)] - j^2 X_m^2 \right\} + \\ & + jX_m \left[jX_m jX_m - jX_m \left(\frac{R_2}{S} + jX_2 \right) \right]. \end{aligned} \quad (3)$$

После перемножения сомножителей и группировки слагаемых в формуле (3) на вещественную и мнимую части полученного определителя имеем

$$\begin{aligned} \Delta = & \frac{R_2}{S} [R_1 R_3 - X_1 (X_3 - X_C) + X_m^2] + R_1 [X_m^2 - X_2 (X_3 - X_C)] + \\ & + R_3 (X_m^2 - X_1 X_2) + j \left\{ \frac{R_2}{S} [R_1 (X_3 - X_C) + R_3 X_1] + \right. \\ & \left. + X_m^2 [X_1 + X_2 + (X_3 - X_C)] - 2X_m^3 + R_1 R_3 X_2 - X_1 X_2 (X_3 - X_C) \right\}. \end{aligned} \quad (4)$$

При $\Delta = \det A \neq 0$ решение системы уравнений (1) единственно и находится по формулам Крамера: $x_i = \Delta_i / \Delta$, $i = \overline{1, 2, 3}$. В них определитель Δ_i называется определителем неизвестного x_i и получается из определителя A заменой i -го столбца столбцом свободных членов:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} \dot{U}_1 & jX_m & jX_m \\ 0 & \frac{R_2}{S} + jX_2 & jX_m \\ 0 & jX_m & R_3 + j(X_3 - X_C) \end{vmatrix} = \dot{U}_1 \left\{ \left(\frac{R_2}{S} + jX_2 \right) [R_3 + j(X_3 - X_C)] - j^2 X_m^2 \right\}.$$

Или

$$\begin{aligned} \Delta_1 = & \dot{U}_1 \left\{ \frac{R_2}{S} R_3 + X_m^2 - X_2 (X_3 - X_C) + j \left[R_3 X_2 + \frac{R_2}{S} (X_3 - X_C) \right] \right\}; \\ \Delta_2 = & \begin{vmatrix} R_1 + jX_1 & \dot{U}_1 & jX_m \\ jX_m & 0 & jX_m \\ jX_m & 0 & R_3 + j(X_3 - X_C) \end{vmatrix} = \\ = & (R_1 + jX_1) \cdot 0 - \dot{U}_1 \left\{ jX_m [R_3 + j(X_3 - X_C)] - j^2 X_m^2 \right\} - jX_m \cdot 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Или

$$\Delta_2 = \dot{U}_1 [X_m(X_3 - X_C) - X_m^2 - jR_3X_m];$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} R_1 + jX_1 & jX_m & \dot{U}_1 \\ jX_m & \frac{R_2}{S} + jX_2 & 0 \\ jX_m & jX_m & 0 \end{vmatrix} = 0 - 0 + \dot{U}_1 \left[j^2 X_m^2 - jX_m \left(\frac{R_2}{S} + jX_2 \right) \right]. \quad (6)$$

Или

$$\Delta_3 = \dot{U}_1 \left[X_m(X_2 - X_m) - j \frac{R_2}{S} X_m \right]. \quad (7)$$

Обозначим в формулах (4-7) коэффициенты при вещественных и мнимых частях буквами:

$$a_1 = \frac{R_2}{S} [R_1 R_3 - X_1(X_3 - X_C) + X_m^2] + R_1 [X_m^2 - X_2(X_3 - X_C)] + R_3 [X_m^2 - X_1 X_2];$$

$$a_2 = \frac{R_2}{S} [R_1(X_3 - X_C) + R_3 X_1] + X_m^2 [X_1 + X_2 + X_3 - X_C] - 2X_m^3 - X_1 X_2 (X_3 - X_C);$$

$$a_3 = \frac{R_2}{S} R_3 + X_m^2 - X_2(X_3 - X_C);$$

$$a_4 = R_3 X_2 + \frac{R_2}{S} (X_3 - X_C);$$

$$a_5 = X_m (X_3 - X_C) - X_m^2;$$

$$a_6 = -R_3 X_m;$$

$$a_7 = X_m (X_2 - X_m);$$

$$a_8 = -\frac{R_2}{S} X_m;$$

Искомые значения токов $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_3$ и \dot{I}_m определяются по следующим формулам:

$$\dot{I}_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \dot{U}_1 \left[\frac{a_1 a_3 + a_2 a_4}{a_1^2 + a_2^2} + j \frac{a_1 a_4 - a_2 a_3}{a_1^2 + a_2^2} \right]; \quad (8)$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \dot{U}_1 \left[\frac{a_1 a_5 + a_2 a_6}{a_1^2 + a_2^2} + j \frac{a_1 a_6 - a_2 a_5}{a_1^2 + a_2^2} \right]; \quad (9)$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \dot{U}_1 \left[\frac{a_1 a_7 + a_2 a_8}{a_1^2 + a_2^2} + j \frac{a_1 a_8 - a_2 a_7}{a_1^2 + a_2^2} \right]; \quad (10)$$

$$\dot{I}_m = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3. \quad (11)$$

Для уменьшения числа уравнений системы (1) предлагается пре-

образованная T-образная схема замещения энергосберегающего асинхронного двигателя, в которой компенсационная обмотка объединена с намагничивающей ветвью. В этом случае эквивалентные параметры намагничивающей ветви определяются:

$$Z'_m = \frac{Z_3 Z_m}{Z_3 + Z_m} = \frac{[R_3 + j(X_{3\sigma} - X_C)] jX_m}{R_3 + j(X_{3\sigma} - X_C) + jX_m}. \quad (12)$$

После преобразований (12) и разделения полученного выражения на вещественную и мнимую части, получим:

$$Z'_m = \frac{R_3 X_m^2}{R_3^2 + (X_3 - X_C)^2} + j \frac{X_m [R_3^2 + (X_{3\sigma} - X_C)(X_3 - X_C)]}{R_3^2 + (X_3 - X_C)^2}, \quad (13)$$

где $X_3 = X_m + X_{3\sigma}$.

Преобразованная схема замещения представлена на рис. 2

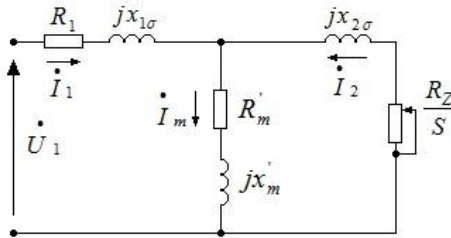


Рис. 2. Преобразованная T-образная схема замещения ЭАД

В преобразованной схеме параметры R'_m , X'_m определяются как:

$$R'_m = \frac{R_3 \cdot X_m^2}{R_3^2 + (X_3 - X_C)^2} - \text{активное сопротивление намагничивающей ветви};$$

$$X'_m = \frac{X_m \cdot [R_3^2 + (X_{3\sigma} - X_C) \cdot (X_3 - X_C)]}{R_3^2 + (X_3 - X_C)^2} - \text{реактивное сопротивление намагничивающей ветви}.$$

Приравняв числитель реактивного сопротивления нулю, получим $R_3^2 + (X_{3\sigma} - X_C) \cdot (X_3 - X_C) = 0$, и запишем квадратное уравнение $X_C^2 - X_C \cdot (X_{3\sigma} + X_3) + (R_3^2 + X_3 \cdot X_{3\sigma}) = 0$, решение которого определяет величину сопротивления конденсатора компенсационной обмотки

$$X_{C1,2} = \frac{X_{3\sigma} + X_3}{2} \pm \sqrt{\frac{(X_{3\sigma} + X_3)^2}{4} - (R_3^2 + X_3 \cdot X_{3\sigma})}, \quad (14)$$

при которой происходит ферродинамический резонанс в намагничивающем контуре (в формуле 14 необходимо принимать знак «+»).

Для схемы замещения (рис. 2) справедливы уравнения в комплексной форме

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= [(R_1 + R'_m) + j(X_{1\sigma} - X'_m)] \dot{I}_1 + (R'_m - jX'_m) \dot{I}_2; \\ 0 &= (R'_m - jX'_m) \dot{I}_1 + \left[\left(\frac{R_2}{S} + R'_m \right) + j(X_{2\sigma} - X'_m) \right] \dot{I}_2; \\ \dot{I}_m &= \dot{I}_1 + \dot{I}_2. \end{aligned} \right\}, \quad (15)$$

Для системы уравнений (15) запишем матрицу второго порядка

$$A = \begin{vmatrix} (R_1 + R'_m) + j(X_{1\sigma} - X'_m) & R'_m - jX'_m \\ R'_m - jX'_m & \left(\frac{R_2}{S} + R'_m \right) + j(X_{2\sigma} - X'_m) \end{vmatrix}$$

и определители

$$\Delta = [(R_1 + R'_m) + j(X_{1\sigma} - X'_m)] \cdot \left[\left(\frac{R_2}{S} + R'_m \right) + j(X_{2\sigma} - X'_m) \right]; \quad (16)$$

$$\Delta_1 = \dot{U}_1 \left[\left(\frac{R_2}{S} + R'_m \right) + j(X_{2\sigma} - X'_m) \right]; \quad (17)$$

$$\Delta_2 = -\dot{U}_1 (R'_m - jX'_m). \quad (18)$$

Здесь вещественные и мнимые части определителей

$$b_1 = (R_1 + R'_m) \left(\frac{R_2}{S} + R'_m \right) - (X_{1\sigma} - X'_m)(X_{2\sigma} - X'_m);$$

$$b_2 = \left(\frac{R_2}{S} + R'_m \right) (X_{1\sigma} - X'_m) + (R_1 + R'_m)(X_{2\sigma} - X'_m);$$

$$b_3 = \frac{R_2}{S} + R'_m;$$

$$b_4 = X_{2\sigma} - X'_m;$$

$$b_5 = -R'_m;$$

$$b_6 = X'_m.$$

Комплексные уравнения для токов представлены в виде:

$$\dot{I}_1 = U_1 \frac{\dot{b}_1 b_3 + b_2 b_4}{b_1^2 + b_2^2} + j U_1 \frac{\dot{b}_1 b_4 - b_2 b_3}{b_1^2 + b_2^2}; \quad (19)$$

$$\dot{I}_2 = U_1 \frac{\dot{b}_1 b_5 + b_2 b_6}{b_1^2 + b_2^2} + j U_1 \frac{\dot{b}_1 b_6 - b_2 b_5}{b_1^2 + b_2^2}; \quad (20)$$

$$\dot{I}_m = \dot{I}_1 + \dot{I}_2. \quad (21)$$

Для энергосберегающего асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором со следующими параметрами

$$\begin{aligned} R_1 &= 0,055 \text{ Ом}; & X_{1\sigma} &= 0,1 \text{ Ом}; & X_m &= 20,57 \text{ Ом}; \\ R_2 &= 0,065 \text{ Ом}; & X_{2\sigma} &= 0,16 \text{ Ом}; & X_1 &= 20,67 \text{ Ом}; \\ R_3 &= 0,042 \text{ Ом}; & X_{3\sigma} &= 0,08 \text{ Ом}; & X_2 &= 20,73 \text{ Ом}; \\ & & & & X_3 &= 20,65 \text{ Ом} \end{aligned}$$

и двух значений $X_C = 10 \text{ Ом}$ и $X_C = 20 \text{ Ом}$ рассчитаны параметры преобразованной схемы замещения R'_m, X'_m и токов $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_m$. Данные расчетов приводятся в табл. 1, в ней же указаны значения токов, рассчитанных для исходной схемы замещения [1].

Критическое скольжение ЭАД определяется из следующих соображений:

$$\begin{aligned} \frac{S_{H \text{ ЭАД}}}{S_{H \text{ ТАД}}} &= \frac{S_{K \text{ ЭАД}}}{S_{K \text{ ТАД}}}; \\ S_{H \text{ ТАД}} &= \frac{n_0 - n_H}{n_0} = \frac{1500 - 1450}{1500} = 0,0333; \\ S_{K \text{ ТАД}} &= \frac{R_2}{\sqrt{R_1^2 + (X_{1\sigma} + X_{2\sigma})^2}} = \frac{0,065}{\sqrt{0,0438^2 + (0,1309 + 0,157)^2}} = 0,2232; \\ S_{K \text{ ЭАД}} &= \frac{R_2}{\sqrt{R_1^2 + (X_{1\sigma} + X_{2\sigma} + X_{3\sigma})^2}} = \frac{0,065}{\sqrt{0,055^2 + (0,1 + 0,16 + 0,08)^2}} = 0,1887; \\ S_{H \text{ ЭАД}} &= \frac{0,1887}{0,2232} \cdot 0,0333 = 0,0281. \end{aligned}$$

Таблица 1

Результаты расчетов токов $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_3, \dot{I}_m$ компенсированного двигателя ЭАД для двух схем замещения

Схема	R'_m / X'_m	$X_C, \text{ Ом}$	$\dot{I}_1, \text{ А}$	$\dot{I}_2, \text{ А}$	$\dot{I}_3, \text{ А}$	$\dot{I}_m, \text{ А}$	$\cos \varphi_1$	φ_1
Рис. 1	-	10	91,22 +j1,16	-90,65 + j10,06	-1,02 -j 21,7	-0,45 + j10,06	0,9999	<0
		20	90,28 +j9,4	-90,25 + j9,74	-0,45 - j10,75	-0,414 + j10,48	0,9946	>0
Рис. 2	$\frac{0,1517}{-19,16}$	10	90,97 + j1,92	-90,45 + j10,01	-	0,52 + j11,2	0,9999	<0
		20	90,38 - j9,42	-90,34 + j9,76	-	0,04 + j0,339	0,9946	>0

Выводы

Сходимость расчетов по схемам рис. 1 и 2 высокая, что доказывает тождество исходной и преобразованной схем замещения энергосберегающего асинхронного двигателя при описании электромагнитных процессов в энергосберегающем асинхронном двигателе.

Список литературы

1. Косматов В.И., Мугалимов Р.Г., Танич В.О., Провоторов Е.А. «Математическое описание электромагнитных процессов в стационарных режимах работы асинхронных двигателей с короткозамкнутым ротором. Электротехнические системы и комплексы: Междунар. сб. научных трудов под ред. А.С. Сарварова, М.В. Вечеркина. Магнитогорск: изд-во Магнитогорского Государственного Технического Университета им. Г.И. Носова, 2012 г – 484 стр.