

### ИССЛЕДОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ НАПРЯЖЕННОСТИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ И ПОЛОЖЕНИЯ ТЕЛА ВО ВЗВЕШЕННОМ СОСТОЯНИИ В КОНИЧЕСКОМ ИНДУКТОРЕ С ПРОТИВОВИТКОМ

В последнее время, с появлением дешевых высокочастотных источников питания мощностью до 4 кВт, возрос интерес к левитационному нагреву и плавке небольших образцов для получения чистого металла и прецизионных сплавов. Для устойчивой левитационной плавки конструкция катушки индуктора должна иметь специальную форму. Одним из возможных вариантов устойчивой левитационной плавки является использование конструкции в виде конического индуктора с противовитком – как одной из самых простых, но достаточно эффективных. В работе предложена математическая модель для определения амплитуды напряженности магнитного поля и положения металлического тела при его удержании во взвешенном состоянии в коническом индукторе с обратным витком. Проанализировано поведение вертикальной и радиальной составляющих вектора напряженности магнитного поля по радиусу индуктора. Установлено, что при увеличении угла конусности индуктора при фиксированном радиусе его основания, максимальные и минимальные значения поля на оси индуктора снижаются, при этом максимум поля смещается в сторону нижнего торца индуктора, а минимум – в сторону верхнего торца. Проведено компьютерное моделирование возможных точек равновесия цилиндрического тела в магнитном поле индуктора. Показана простая методика для инженерного расчета, позволяющая определить, удержит ли поле индуктора тело с заданными размерами из выбранного металла, положение тела при его равновесии с заданными параметрами индуктора, ток через индуктор, при котором возможно равновесие, и с какой максимальной плотностью и размерами металлическое тело в индукторе будет находиться во взвешенном состоянии.

**Ключевые слова:** левитационная плавка, высокочастотный конический индуктор с противовитком, напряженность магнитного поля, взвешенное состояние металла, электромагнитная сила, устойчивое равновесие.

#### ВВЕДЕНИЕ

Для получения очень чистого металла и прецизионных сплавов редких металлов нужно, чтобы они в процессе нагрева и плавления не взаимодействовали со стенками тигля и атмосферой. Для этого существует оригинальный метод плавления во взвешенном состоянии или левитационная плавка в инертной атмосфере или в вакууме [1].

Левитационная плавка – это плавление при помощи индукционного нагрева небольших образцов металла во взвешенном состоянии. При температурах ниже точки Кюри для ферромагнетиков образец удерживается за счет взаимодействия магнитного поля катушки и магнитных полей магнитных доменов. При температуре выше точки Кюри индукционные токи, воздействуя на металл, не дают ему упасть и могут нагревать его вплоть до температуры 1200°C [2, 3].

Взаимодействие высокочастотного магнитного поля с металлом приводит к возникновению в последнем вихревых токов, которые вытесняют поле из занимаемого металлом пространства, или, иными словами, поле внутри металла ослабляется вихревыми токами. Вследствие этого в переменном магнитном поле неферромагнитный проводник ведет себя подобно диамагнетику в постоянном. Благодаря силовому взаимодействию вихревых токов и поля металл выталкивается из зоны с большей плотностью поля в область с меньшей плотностью, то есть в потенциальную яму. Если указанные силы достаточно велики, то металл может быть поднят вверх несмотря на действие сил тяжести и удержан в пространстве во взвешенном состоянии [4].

Таким образом, для того чтобы кусок металла, непрозрачный для электромагнитного поля данной частоты, находился во взвешенном состоянии, нужно иметь поле определенной напряженности и конфигурации. Конфигурация поля задается конструкцией индуктора. Необходимая напряженность магнитного поля создается током через индуктор, который, в свою очередь, возникает за счет подключения к генератору, обеспечивающему подвод мощности соответствующей величины [5, 6].

Для устойчивой левитационной плавки конструкция катушки индуктора должна иметь специальную форму. В простейшем случае индуктор содержит несколько витков в прямом направлении и один – в обратном (противовиток). Это нужно для того, чтобы внутри индуктора была область, в которой поле меньше, чем вокруг нее. Проводник, помещенный в переменное электромагнитное поле, выталкивается в область меньших полей. Поэтому без области с минимальным полем положение образца внутри индуктора будет неустойчивым.

Одним из простейших вариантов устойчивой левитационной плавки является использование конструкции индуктора, выполненного из медной трубки и содержащего несколько витков в прямом направлении и один – в обратном (противовиток) [7, 8].

В теории и практике использования левитационной плавки остаются нерешенными ряд проблем. Нет практических критериев и рекомендаций по вопросам: будет ли наблюдаться взвешенное состояние при данной конструкции индуктора, параметрах источника питания, размерах и свойствах обрабатываемого материала? Мало работ, посвященных простым инженерным методикам, позволяющим прогнозировать положения тела и характер его движения во взвешенном состоянии.

В литературе довольно много работ, посвященных практическим результатам; например, в работе [9] приведен сравнительный анализ работы индукторов с квадратной и конической формой контура. Есть и работы по моделированию электромагнитных и тепловых процессов, протекающих при левитационной плавке металлов [10]. В работах [11, 12] предложена математическая модель для определения амплитуды напряженности магнитного поля и положения куска металла при его удержании во взвешенном состоянии в цилиндрическом индукторе обратным витком. Там же посредством моделирования с использованием компьютерной программы [13] было установлено, что критическая плотность материала, выше которой индуктор, имеющий включенный последовательно с основной катушкой противовиток с заданным током, не может удерживать металлическое тело данной формы.

В работе [14] приведены экспериментальные и компьютерные результаты исследования положения точек равновесия цилиндрического тела в цилиндрическом индукторе с противовитком и приведено их сравнение с компьютерными исследованиями. В частности, установлено, что положение равновесия металлического тела во взвешенном состоянии в индукторе зависит от его конструкции (от количества витков, от расстояния между витками, от положения обратного витка и др.), от протекающего через индуктор тока, от формы и размеров тела.

В последнее время, с появлением дешевых высокочастотных источников питания мощностью до 4 кВт, возрос интерес к левитационному нагреву и плавке небольших образцов металлов. При этом чаще всего в качестве индуктора используется конструкция конического индуктора с противовитком – как одна из самых простых, но достаточно эффективных.

Целью данной работы является разработка упрощенной методики расчета поведения магнитного поля в высокочастотном коническом индукторе с обратным витком и нахождение положения проводящего тела во взвешенном состоянии при заданных его характеристиках и технологических параметрах.

#### МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ НАПРЯЖЕННОСТИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ВБЛИЗИ КОНИЧЕСКОГО ИНДУКТОРА С ПРОТИВОВИТКОМ

Рассмотрим конический индуктор в виде винтовой линии, содержащий  $n$  витков, высотой  $h$  с диаметром основания  $d=2R_0$ , диаметром раскрытия  $D=2R$ . Угол раскрытия конуса  $\beta=\arctg((R-R_0)/h)$ , угол между образующей и горизонталью равен  $\alpha=\arctg(h/(R-R_0))$  (рис. 1, а). При  $\beta=0^\circ$  (или  $\alpha=90^\circ$ ) имеем цилиндрический индуктор.

Найдем напряженность магнитного поля вблизи данного конического индуктора, через который протекает ток  $I$ , в произвольной точке, не совпадающей с линией протекания тока. Введем декартову  $(x, y, z)$  и цилиндрическую  $(r, \varphi, z)$  системы координат, причем они связаны между собой соотношениями:  $r=\sqrt{x^2+y^2}$ ,  $\varphi=\arctg(y/x)$ .

Зададим функцию конической винтовой линии проводника с током в параметрической форме с учетом

того, что при  $\varphi=0$ :  $x(\varphi)=R_0$ ,  $y(\varphi)=0$ ,  $z=0$ , а при  $\varphi=2\pi n$ :  $x(\varphi)=R$ ,  $y(\varphi)=0$ ,  $z=h$

$$\begin{cases} x(\varphi) = \left( R_0 + \frac{a_0}{2 \cdot \pi} \cdot \varphi \right) \cdot \cos(\varphi), \\ y(\varphi) = \left( R_0 + \frac{a_0}{2 \cdot \pi} \cdot \varphi \right) \cdot \sin(\varphi), \\ z(\varphi) = \frac{b_0}{2 \cdot \pi} \cdot \varphi, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\varphi=[0, 2\pi n]$ ;  $b_0=h/n$  – шаг винтовой линии в вертикальном направлении (расстояние, на котором находятся витки друг от друга в направлении  $Oz$ ).

Если  $b_0>0$ , то винтовая линия находится в области  $z>0$  и, наоборот, если  $b_0<0$ , то винтовая линия находится в области  $z<0$ ;  $a_0=(R-R_0)/n$  – шаг винтовой линии по радиусу (расстояние между витками винтовой линии вдоль координаты  $r$ ).

Рассмотрим произвольную точку  $A$ , не принадлежащую винтовой линии и имеющую в декартовой системе координаты  $A(x_0, y_0, z_0)$ , а в цилиндрической –  $A(r_0, \varphi_0, z_0)$  (рис. 1, б).

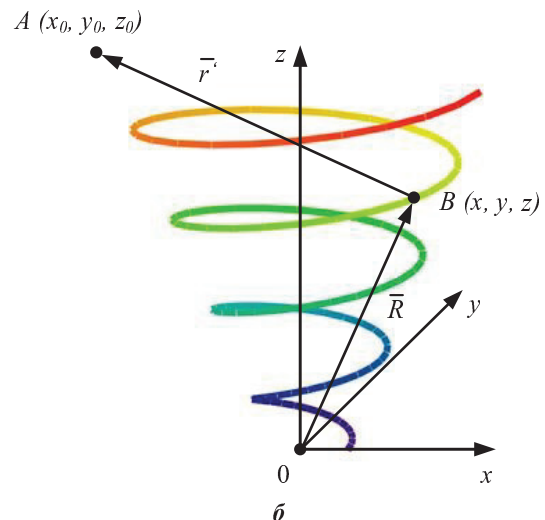
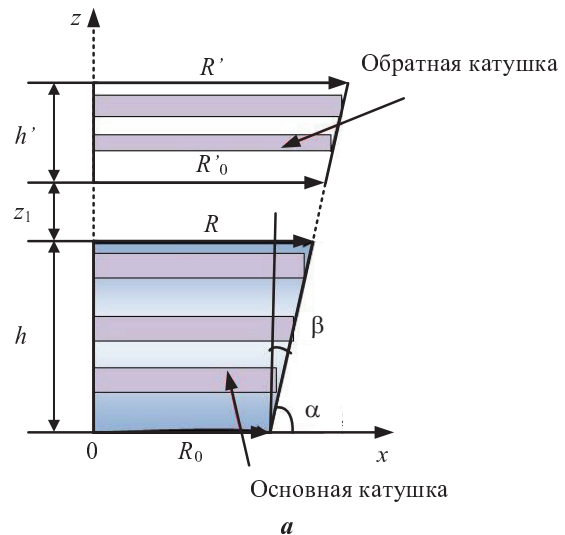


Рис. 1. К расчету магнитного поля в коническом индукторе

Величина и направление напряженности магнитного поля в точке  $A$  от тока, протекающего через элемент  $d\vec{l}$  длины провода (точка  $B$ ), определяется по закону Био-Савара-Лапласа в дифференциальной форме  $d\vec{H} = \frac{I}{4\pi r^2} [d\vec{l} \times \vec{r}']$ , где  $\vec{r}'$  - радиус-вектор, проведенный от элемента тока  $d\vec{l}$  (направление  $d\vec{l}$  совпадает с током) к точке  $A$ .

Распишем координаты векторов (см. **рис. 1, б**). Обозначив  $a = a_0/(2\pi)$ ,  $b = b_0/(2\pi)$ , получим:

$$\vec{R} = ((R_0 + a \cdot \varphi) \cdot \cos(\varphi), (R_0 + a \cdot \varphi) \cdot \sin(\varphi), b \cdot \varphi),$$

$$\vec{r}' = (\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}), \text{ где } \tilde{x} = x_0 - (R_0 + a \cdot \varphi) \cdot \cos(\varphi),$$

$$\tilde{y} = y_0 - (R_0 + a \cdot \varphi) \cdot \sin(\varphi), \tilde{z} = z_0 - b \cdot \varphi.$$

Расстояние от точки  $A$  до точки  $B$  определяется модулем последнего вектора  $r = |\vec{r}'| = \sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2 + \tilde{z}^2}$ .

Вектор  $\vec{R}$  является вектор-функцией скалярного аргумента, описывающей винтовую линию, поэтому направляющий вектор касательной к годографу

$$d\vec{l} = \left( \frac{d\vec{R}}{d\varphi} \right) \cdot d\varphi.$$

Проекция вектора  $d\vec{l}$  в декартовых координатах:

$$dl_x = (a \cdot \cos(\varphi) - (R_0 + a \cdot \varphi) \cdot \sin(\varphi)) \cdot d\varphi,$$

$$dl_y = (a \cdot \sin(\varphi) + (R_0 + a \cdot \varphi) \cdot \cos(\varphi)) \cdot d\varphi,$$

$$dl_z = b \cdot d\varphi.$$

Запишем векторное произведение

$$[d\vec{l} \times \vec{r}'] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ dl_x & dl_y & dl_z \\ \tilde{x} & \tilde{y} & \tilde{z} \end{vmatrix}.$$

Найдем проекции напряженности магнитного поля в точке, заданной цилиндрическими координатами  $A(r_0, \varphi_0, z_0)$ , вблизи проводника в виде винтовой конической линии, содержащей  $n$  витков. Зная декартовые координаты точки  $A$   $x_0 = r_0 \cdot \cos(\varphi_0)$ ,  $y_0 = r_0 \cdot \sin(\varphi_0)$  и обозначив  $R_c(\varphi) = (R_0 + a \cdot \varphi) \cdot \cos(\varphi)$  и  $R_s(\varphi) = (R_0 + a \cdot \varphi) \cdot \sin(\varphi)$ , получим:

$$H_x(r_0, \varphi_0, z_0) = \frac{I}{4\pi} \times \int_0^{2\pi n} \frac{(a \sin(\varphi) + R_c)(z_0 - b\varphi)}{\eta(\varphi)} d\varphi - \frac{I}{4\pi} \int_0^{2\pi n} \frac{(r_0 \sin(\varphi_0) - R_s)b}{\eta(\varphi)} d\varphi, \quad (2)$$

$$H_y(r_0, \varphi_0, z_0) = \frac{I}{4\pi} \int_0^{2\pi n} \frac{(r_0 \cos(\varphi_0) - R_c)b}{\eta(\varphi)} d\varphi - \frac{I}{4\pi} \int_0^{2\pi n} \frac{(a \cos(\varphi) - R_s)(z_0 - b\varphi)}{\eta(\varphi)} d\varphi, \quad (3)$$

$$H_z(r_0, \varphi_0, z_0) = \frac{I}{4\pi} \times \int_0^{2\pi n} \frac{(a \cos \varphi - R_s)(r_0 \sin \varphi_0 - R_s)}{\eta(\varphi)} d\varphi - \frac{I}{4\pi} \int_0^{2\pi n} \frac{(r_0 \cos \varphi_0 - R_c)(a \sin \varphi + R_c)}{\eta(\varphi)} d\varphi, \quad (4)$$

$$\text{где } \eta(\varphi) = (r_0^2 - 2r_0(R_0 + a\varphi)\cos(\varphi - \varphi_0) + (R_0 + a\varphi)^2 + (z_0 - b\varphi)^2)^{3/2}.$$

Рассмотрим моделирование магнитного поля в катушке с протитовитком. Принимаем допущение, что обратная катушка также имеет коническую форму и содержит  $n'$  витков. Считаем, что первый ее виток начинается на расстоянии  $z_1$  от верха первой катушки (координата начала обратной катушки  $z' = h + z_1$ ) и витки принадлежат образующей основной катушки, т.е. конической винтовой линии, задаваемой параметрическим уравнением (1) с теми же шагами  $a_0$  и  $b_0$ .

Тогда из (1) для обратной катушки можно определить ее геометрические размеры: радиус основания  $R'_0 = R_0 + (h + z_1) \cdot a_0/b_0$ , максимальный радиус  $R' = R_0 + n' \cdot a_0$  и высоту  $h' = n' \cdot b_0$ . Высота сборной катушки  $h_2 = h + z_1 + h'$  (см. **рис. 1, а**).

Проекция напряженности магнитного поля в точке  $A$  определяем по принципу суперпозиции как алгебраическую сумму магнитных полей от двух источников:

$$H_{px}(r_0, \varphi_0, z_0) = H^I_x(r_0, \varphi_0, z_0) - H^{II}_x(r_0, \varphi_0, z_0 - h - z_1), \quad (5)$$

$$H_{py}(r_0, \varphi_0, z_0) = H^I_y(r_0, \varphi_0, z_0) - H^{II}_y(r_0, \varphi_0, z_0 - h - z_1), \quad (6)$$

$$H_{pz}(r_0, \varphi_0, z_0) = H^I_z(r_0, \varphi_0, z_0) - H^{II}_z(r_0, \varphi_0, z_0 - h - z_1), \quad (7)$$

где  $H^I$  и  $H^{II}$  – проекции напряженности магнитного поля от основной и от обратной катушки соответственно, определяемые по формулам (2)–(4), причем для каждой катушки задается соответствующее ей число витков и радиус основания.

Можно определить и модуль вектора напряженности магнитного поля

$$H_p(r_0, \varphi_0, z_0) = \sqrt{\tilde{H}_{px}^2 + \tilde{H}_{py}^2 + \tilde{H}_{pz}^2}, \quad \tilde{H}_{px}^2 = H_{px}^2(r_0, \varphi_0, z_0), \quad \tilde{H}_{py}^2 = H_{py}^2(r_0, \varphi_0, z_0), \quad \tilde{H}_{pz}^2 = H_{pz}^2(r_0, \varphi_0, z_0). \quad (8)$$

Используя связь между декартовыми и цилиндрическими проекциями вектора

$$H_x = H_r \cos \varphi_0 - H_\varphi \sin \varphi_0,$$

$$H_y = H_r \sin \varphi_0 + H_\varphi \cos \varphi_0,$$

находятся радиальная  $H_r$  и азимутальная  $H_\varphi$  составляющие напряженности магнитного поля как

$$H_r(r_0, \varphi_0, z_0) = H_{py}(r_0, \varphi_0, z_0) \cdot \sin \varphi_0 - H_{px}(r_0, \varphi_0, z_0) \cdot \cos \varphi_0, \quad (9)$$

$$H_\varphi(r_0, \varphi_0, z_0) = H_{py}(r_0, \varphi_0, z_0) \cdot \cos \varphi_0 - H_{px}(r_0, \varphi_0, z_0) \cdot \sin \varphi_0. \quad (10)$$

Полученные уравнения (1)-(10) дают математическую модель для определения напряженности магнитного поля вблизи конического индуктора с противовитком.

По данной математической модели проведено компьютерное моделирование поведения магнитного поля в коническом индукторе с обратной катушкой при амплитудном токе через индуктор  $I=1$  кА. Основные геометрические параметры индуктора приведены в таблице.

На рис. 2 показано поведение составляющих  $H_z$  напряженности магнитного поля на оси индуктора от основной и обратной катушки. Кроме этого, приведено суммарное значение этих составляющих, полученное методом суперпозиции.

Видно, что если поле от основной катушки положительное, то от обратной – отрицательное. Это приводит к тому, что функция  $H_z(z)$  проходит через нулевое значение. В данном случае это происходит при  $z \approx 40$  мм. Данное обстоятельство очень важно для обработки металлов при их левитационной плавке.

Проведено компьютерное исследование поведения вертикальной и радиальной составляющих напряженности магнитного поля по высоте и радиусу индуктора с обратным витком (рис. 3). Видно, что осевая проекция  $H_z$  существенно больше, чем радиальная  $H_r$ , и наибольшие значения радиальной составляющей напряженности магнитного поля наблюдаются на торцах основной катушки (1 и 3 кривая на рис. 3, б).

Основные геометрические параметры конического индуктора с противовитком

$R_0$ , мм	$R$ , мм	$h$ , мм	$n$	$n'$	$z_1$ , мм	$h_2$ , мм	$R'$ , мм	$\beta$ , град
6	12	30	4	1	15	52,5	16,5	11

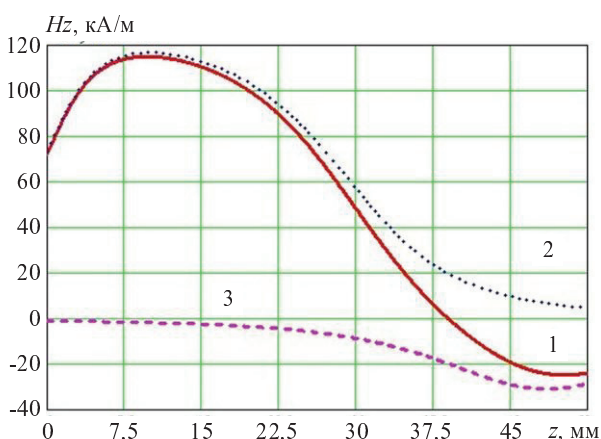


Рис. 2. Вертикальная составляющая вектора напряженности магнитного поля по высоте индуктора с противовитком: 1 – суммарное поле от основной и обратной катушек; 2 – поле основной катушки; 3 – поле обратной катушки

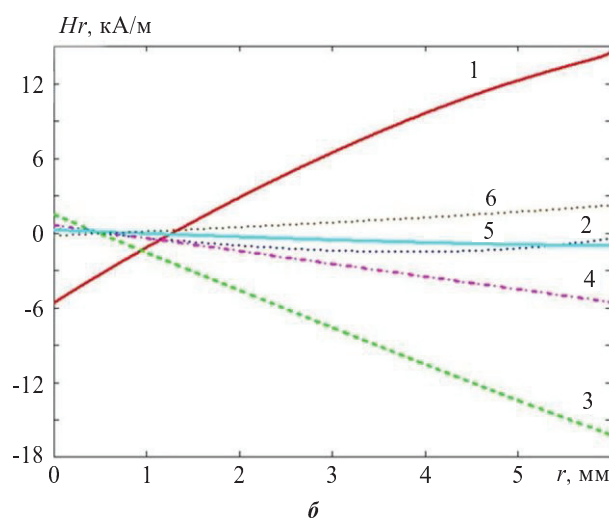
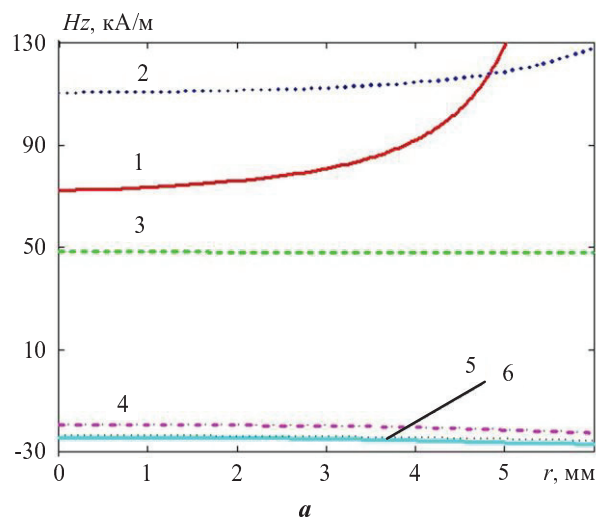
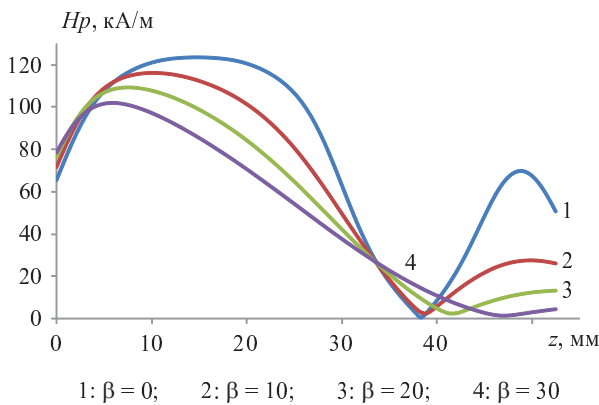


Рис. 3. Вертикальная (а) и радиальная (б) составляющие вектора напряженности магнитного поля по радиусу индуктора с противовитком на разной высоте индуктора (при  $\varphi=0$ ): 1 –  $z=0$ ; 2 –  $z=h/2$ ; 3 –  $z=h$ ; 4 –  $z=h+h_1$ ; 5 –  $z=h_2-h'/2$ ; 6 –  $z=h_2$

Анализ этих и других графиков, в том числе и модуля вектора напряженности магнитного поля, показывает, что в вектор магнитного поля решающий вклад вносит вертикальная составляющая. При движении от оси индуктора до половины его радиуса вертикальная, радиальная составляющие и модуль вектора напряженности магнитного поля меняются незначительно. Наиболее существенное изменение (до 25%) наблюдается ближе к торцам катушек, поэтому в первом приближении в горизонтальной плоскости магнитное поле можно считать однородным. Можно считать, что удержание металла во взвешенном состоянии происходит только за счет неоднородного магнитного поля в вертикальном направлении.

Получены зависимости вертикальной составляющей поля на оси индуктора при разных углах его раскрытия (рис. 4). Видно, что при увеличении  $\beta$  (при фиксированном  $R_0$ ) максимальные и минимальные значения поля снижаются, при этом максимум поля смещается в сторону меньших значений  $z$ , а минимум – в сторону больших значений  $z$ .



**Рис. 4. Модуль напряженности магнитного поля по высоте индуктора при разных углах его раскрытия:**  
1 –  $\beta=0^\circ$ ; 2 –  $\beta=10^\circ$ ; 3 –  $\beta=20^\circ$ ; 4 –  $\beta=30^\circ$

МЕТОДИКА РАСЧЕТА ПОЛОЖЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ  
ВО ВЗВЕШЕННОМ СОСТОЯНИИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО  
ТЕЛА В ИНДУКТОРЕ С ОБРАТНЫМ ВИТКОМ

Нагреваемый металл или капля расплава в индукторе будет удерживаться во взвешенном состоянии при условии, что напряженность поля под телом будет больше напряженности поля над ним. Электромагнитное давление на металл при ярко выраженном поверхностном эффекте проникновения поля в проводник выражается формулой  $P_{эм} = \mu_0 H^2 / 4$ , Па, где  $H$  – амплитуда напряженности магнитной составляющей поля на поверхности металла, А/м;  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  В·с/(А·м) – магнитная постоянная [1, 2]. Причем это давление не зависит от частоты поля. Ярко выраженный поверхностный эффект проникновения поля заключается в том, что глубина проникновения поля в металл должна быть существенно меньше размеров тела.

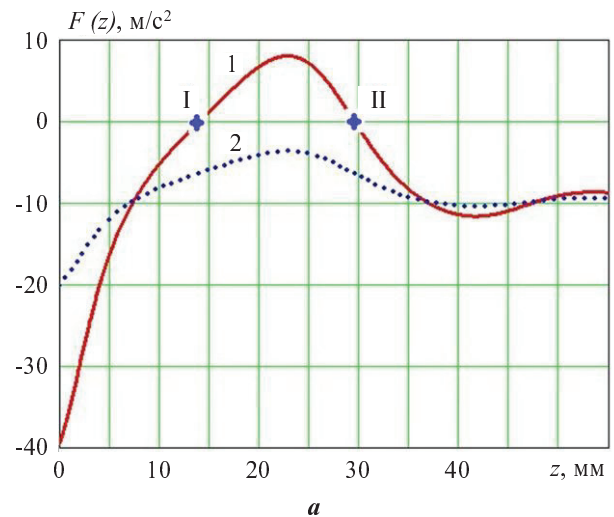
Положение тела, при котором наступит его равновесие в вертикальном неоднородном электромагнитном поле, определяется корнями уравнения

$$F(z) = \frac{\mu_0}{4\rho_0 h_0} (H(z)^2 - H(z+h_0)^2) - g = 0, \quad (11)$$

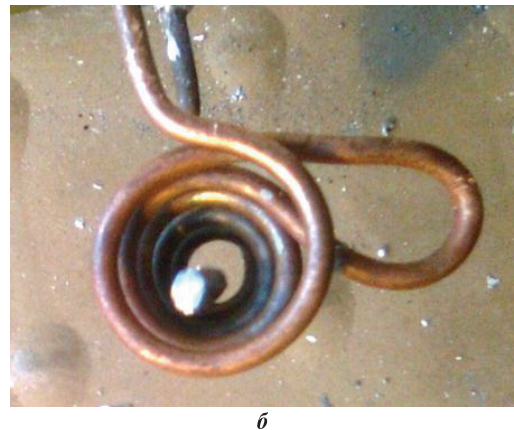
где  $\rho_0$  – плотность металла;  $h_0$  – размер немагнитного цилиндрического тела, помещенного в индуктор;  $g$  – ускорение свободного падения [11, 12].

Получена зависимость функции  $F(z)$ , имеющей физический смысл ускорения, при исходных геометрических данных индуктора, приведенных в **таблице**. Показано поведение алюминиевого ( $\rho_0=2,7$  г/см<sup>3</sup>) и стального ( $\rho_0=7,8$  г/см<sup>3</sup>) цилиндров диаметром 5 мм и высотой  $h_0=5$  мм при токе через индуктор с амплитудой  $I=410$  А (**рис. 5, а**).

Видно, что для стального тела нет действительных корней уравнения (11), а для алюминиевого тела имеем два корня, а значит, и два положения равновесия. При их анализе можно легко установить, что первый корень ( $z_0 \approx 13$  мм) отображает неустойчивое равновесие, так как при небольшом смещении вниз тело начинает с ускорением падать на землю, а при небольшом отклонении вверх оно за счет электромагнитной силы покидает точку равновесия. Второй корень ( $z_0 \approx 30$  мм) соответствует устойчивому равновесию, так как при малых смещениях тела в любую сторону возникает сила, возвращающая его обратно.



**Рис. 5. Ускорение алюминиевого (1) и стального (2) тела по высоте индуктора с противовитком (а) и экспериментальный конический индуктор при нахождении в нем во взвешенном состоянии цилиндрического алюминиевого тела диаметром 5 мм (б)**



На экспериментальной установке, рассмотренной в работе [14], проведено исследование положения тела во взвешенном состоянии. Был изготовлен конический индуктор с обратным витком из медной трубки диаметром 4 мм согласно размерам, приведенным в **таблице**. Измеренная прибором индуктивность индуктора с противовитком составила 0,366 мкГн, а частота его резонанса  $f=74,3$  кГц. После подачи тока в индуктор помещался алюминиевый цилиндр диаметром  $d_0=5$  мм (**рис. 5, б**).

Визуально наблюдались колебания тела, поэтому экспериментально при определении положения равновесия  $z_0$  зафиксированы минимальное (29 мм) и максимальное (31 мм) значения. При данных экспериментальных условиях глубина проникновения поля в металл  $\Delta = \sqrt{\chi / (\mu_0 \pi f)}$  составляет около 0,31 мм ( $\chi = 2,8 \cdot 10^{-8}$  Ом·м – удельное электрическое сопротивление алюминия). Можно считать, что  $\Delta \ll d_0$ , поэтому должно выполняться условие (11), а значит, эксперимент можно сравнивать с результатами компьютерного моделирования. Сопоставление полученных экспериментальных результатов с расчетом (**рис. 5**) позволяет говорить об адекватности предлагаемой методики определения положения равновесия тела в коническом индукторе в пределах допустимой инженерной точности.



Уравнение (11) для нахождения точки равновесия  $z_0$  решить аналитически сложно или даже невозможно, однако легко получить зависимость плотности металла, который может удерживать поле, по высоте индуктора с противовитком

$$\rho_0(z) = \frac{\mu_0}{4g \cdot h_0} (H(z)^2 - H(z + h_0)^2). \quad (12)$$

При амплитуде тока через индуктор  $I_0=0,5$  кА на рис. 6 показаны зависимости  $\rho_0(z)$  при разной высоте алюминиевого цилиндра для двух индукторов, имеющих разные углы раскрытия конуса. Видно, что для тела заданной плотности и размера имеются два положения равновесия, однако, как и для предыдущего рисунка, устойчивое равновесие отражается нисходящей ветвью параболы, где  $d\rho_0(z)/dz < 0$ .

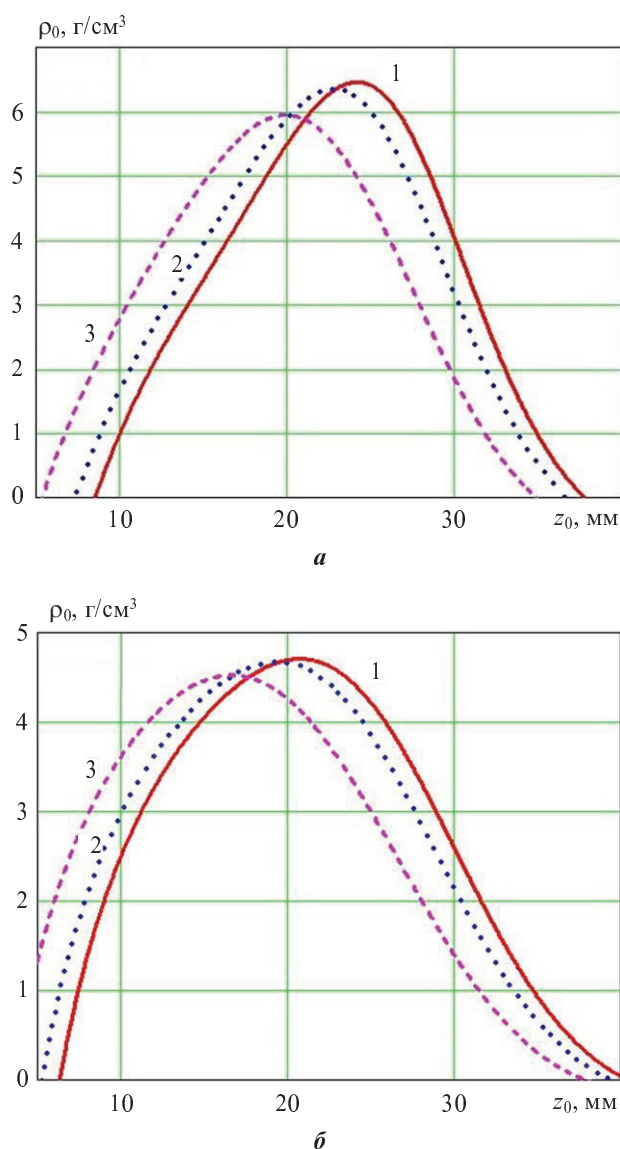


Рис. 6. Плотность металла, который может удерживать поле, по высоте конического индуктора с углом раскрытия конуса  $\beta=11^\circ$  (а) и  $\beta=20^\circ$  (б) при разных размерах алюминиевого тела: 1 –  $h_0=2,5$  мм; 2 –  $h_0=5$  мм; 3 –  $h_0=10$  мм

Полученный график очень удобный, так как позволяет ответить на практические вопросы: удержит ли поле индуктора тело с заданными размерами из выбранного металла и с какой максимальной плотностью  $\rho_{0\max}$  может использоваться металл во взвешенном состоянии? При этом, если ток отличается от  $I_0$ , то легко посчитать новое значение плотности при токе  $I$ :

$$\rho'_0(I) = \rho_0(I_0) \cdot (I/I_0)^2.$$

Это означает, что при увеличении тока через индуктор в 2 раза максимальная удерживаемая плотность возрастает в 4 раза. Из рисунка видно, что с увеличением угла конусности с одной стороны  $\rho_{0\max}$  уменьшается, однако при этом положительным моментом является увеличение длины нисходящей ветви параболы и среднего внутреннего диаметра индуктора. Это позволяет удерживать в электромагнитном поле металлические тела, имеющие большие размеры.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Предложена математическая модель поведения амплитуды напряженности магнитного поля в высокочастотном коническом индукторе с обратным витком и алгоритм расчета положения равновесия во взвешенном состоянии цилиндрического металлического тела.

2. Установлено, что при движении от оси индуктора до половины его радиуса вертикальная, радиальная составляющие и модуль вектора напряженности магнитного поля меняются незначительно. Можно считать, что там поле практически однородное. Наиболее существенное изменение напряженности магнитного поля по радиусу до 25% наблюдается вблизи торцов катушек.

3. Показано поведение вертикальной и радиальной составляющих вектора напряженности магнитного поля по радиусу индуктора с противовитком. Установлено, что при увеличении угла конусности индуктора при фиксированном радиусе его основания максимальные и минимальные значения поля на оси индуктора снижаются, при этом максимум поля смещается в сторону нижнего торца индуктора, а минимум – в сторону верхнего торца.

4. Предложена простая методика для инженерного расчета, позволяющая определить удержит ли поле индуктора тело с заданными размерами из выбранного металла, положение тела при его равновесии с заданными параметрами индуктора, ток через индуктор, при котором возможно равновесие, и с какой максимальной плотностью и размерами металл в индукторе будет находиться во взвешенном состоянии.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фогель А.А. Индукционный метод удержания жидких металлов во взвешенном состоянии. Л.: Машиностроение, 1979. 104 с.
2. G. Lohöfer, S. Schneider. Heat balance in levitation melting: Sample cooling by forced gas convection in Helium. High Temperatures–High Pressures, 2015, vol. 44, pp. 429-450.
3. G. Lohöfer, S. Schneider. Heat balance in levitation melting: Sample cooling by forced gas convection in Argon. High Temperatures–High Pressures, 2016, vol. 45, pp. 255-271.
4. Глебовский В.Г., Бурцев В.Т. Плавка металлов и сплавов во взвешенном состоянии. М.: Металлургия, 1974. 176 с.
5. Слухоцкий А.Е. Индукторы. Л.: Машиностроение, 1989. 69 с.
6. S. Roberts, S. Kok, J. Zietsman, H.M. Inglis, Electromagnetic levitation coil design using gradient-based optimization.

- Proceedings of the 11th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization (WCSMO-11), Sydney, Australia, 7-12 June, 2015, no. 1307, pp. 1-6.
7. Левитационная плавка в конусном высокочастотном индукторе с обратным витком / Е.И. Маринкова, А.Ю. Борисов, А.А. Шабурова, В.Э. Фризен // Перспективные энергетические технологии. Экология, экономика, безопасность и подготовка кадров – 2016: материалы научно-практической конференции. Екатеринбург: УрФУ, 2016. С. 117-118.
  8. Определение формы свободной поверхности расплава при левитационной плавке в конусном высокочастотном индукторе с обратным витком / Е.И. Маринкова, А.Ю. Борисов, А.А. Шабурова, В.Э. Фризен // Наука. Технологии. Инновации: сб. науч. тр. В 9 ч. / под ред. Е.Г. Гуровой. Новосибирск: НГТУ, 2016. Ч. 5. С. 23-24.
  9. B.K. Khoo, M. Ovinis, T. Nagarajan. A Comparative Analysis of Inductors with Square and Conical Contours. *Applied Mechanics and Materials*, 2013, vol. 415, pp. 414-417.
  10. A. Kermanpur, M. Jafari, and M. Vaghayenagar. Electromagnetic-thermal coupled simulation of levitation melting of metals. *Journal of Materials Processing Technology*, 2011, vol. 211, no. 2, pp. 222-229.
  11. Ячиков И.М., Вдовин К.М., Шмелев М.О. Моделирование поведения магнитного поля и положения тела во взвешенном состоянии в высокочастотном индукторе с обратным витком // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. 2013. №1. С. 47-53.
  12. Ячиков И.М. Положение равновесия тела во взвешенном состоянии в высокочастотном индукторе с обратным витком // *Электротехнические системы и комплексы*. 2014. № 3(24). С. 66-72.
  13. Свидетельство № 2014614306. Моделирование напряженности магнитного поля в индукторе с противовитком / Ячиков И.М., Шмелев М.О.; ФГБУ «Федеральный институт промышленной собственности», Федеральная служба по интеллектуальной собственности, Государственная регистрация программ для ЭВМ, № 2014612024; заявл. 12.03.2014; зарегистр. 22.04.2014.
  14. Ячиков И.М., Ларина Т.П. Экспериментальное исследование положения тела во взвешенном состоянии в цилиндрическом высокочастотном индукторе с обратным витком // *Электротехнические системы и комплексы*. 2015. № 2(27). С. 39-43.

Поступила в редакцию 15 декабря 2017 г.

## INFORMATION IN ENGLISH

### RESEARCH OF MAGNETIC FIELD INTENSITY BEHAVIOR AND BODY POSITION IN SUSPENDED STATE IN THE CONICAL INDUCTOR WITH THE REVERSE COIL

Igor M. Yachikov

D.Sc. (Eng.), Professor, Department of Informatics and Computer Engineering, Nosov Magnitogorsk State Technical University, Magnitogorsk, Russia. E-mail: [jachikov@mail.ru](mailto:jachikov@mail.ru)

Tatyana P. Larina

Assistant Professor, Department of Industrial Electric Power Supply, Nosov Magnitogorsk State Technical University, Magnitogorsk, Russia. E-mail: [tp\\_larina@mail.ru](mailto:tp_larina@mail.ru)

Olga N. Vostroknutova

Assistant Professor, Department of Physics, Nosov Magnitogorsk State Technical University, Magnitogorsk, Russia. E-mail: [olvos@mail.ru](mailto:olvos@mail.ru)

Recently, with the development of cheap high-frequency power sources with power up to 4 kW, there has been an increased interest in levitation heating and melting of small samples to obtain pure metal and precision alloys. For stable levitation melting the inductor coil design must have a special form. One of the possible variants of stable levitation melting is the use of construction in the form of conical inductor with a reverse coil - as one of the simplest, but quite effective. The mathematical model for determining the amplitude of magnetic field intensity and the position of the metal body held in suspended state in the conical inductor with the reverse coil is proposed in the paper. The behavior of the vertical and radial components of the magnetic field intensity vector along the inductor radius is analyzed. It is established that when the cone angle of the inductor is increased at a fixed radius of its base, the maximum and minimum values of the field on the inductor axis decrease, wherein the field maximum is shifted towards the lower end of the inductor, and the minimum - towards the upper end. Computer simulation of the possible equilibrium points of the cylindrical body in inductor magnetic field is made. The simple method for engineering calculation is shown, which makes it possible to determine whether the inductor field retains a body with the specified dimensions from the selected metal, the position of the body at its equilibrium with the given parameters of the inductor, current through the inductor, at which equilibrium is possible, and what is maximum density and dimensions the metal body in the inductor will be in suspended state.

**Keywords:** Levitation melting, high-frequency conical inductor with reverse coil, magnetic field intensity, suspended state of metal, electromagnetic force, stable equilibrium.

#### REFERENCES

1. Fogel A.A. *Induktsionnyy metod uderzhaniya zhidkih metallov vo vzveshennom sostoyanii* [Induction method of liquid metals retention in suspended state]. Leningrad: Mechanical Engineering, 1974. 104 p. (In Russian)
2. G. Lohöfer, S. Schneider. Heat balance in levitation melting: Sample cooling by forced gas convection in Helium. *High Temperatures-High Pressures*, 2015, vol. 44, pp. 429-450.
3. G. Lohöfer, S. Schneider. Heat balance in levitation melting: Sample cooling by forced gas convection in Argon. *High Temperatures-High Pressures*, 2016, vol. 45, pp. 255-271.
4. Glebovsky V.G., Bourtsev V.T. *Plavka metallov i spлавov vo vzveshennom sostoyanii* [Melting of metals and alloys in suspended state]. Moscow: Metallurgy, 1974. 176 p. (In Russian)
5. Sluhotskij A.E. *Induktory* [Inductors]. Leningrad: Mashinostroenie, 1989. 69 p. (In Russian)
6. S. Roberts, S. Kok, J. Zietsman, H.M. Inglis, Electromagnetic levitation coil design using gradient-based optimization. Proceedings of the 11th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization (WCSMO-11), Sydney, Australia, 7-12 June, 2015, no. 1307, pp. 1-6.

7. Marinkova E.I., Borisov A.Yu., Shaburova A.A., Frizen V.E. Levitation melting in a cone high-frequency inductor with a reverse coil. *Perspektivnye energeticheskie tehnologii. Ekologiya, ekonomika, bezopasnost i podgotovka kadrov – 2016*. [Perspective energy technologies. Ecology, economics, security and training – 2016]: materials of the scientific-practical conference, Ekaterinburg: UrFU, 2016, pp. 117-118. (In Russian)
8. Marinkova E.I., Borisov A.Yu., Shaburova A.A., Frizen V.E. Determination of the shape of the free surface of the melt at the levitation melting in a cone high-frequency inductor with a reverse coil. *Nauka. Tehnologii. Innovatsii*. [The science. Technologies. Innovations]: collection of scientific papers in 9 parts, ed. E.G. Gurova, Novosibirsk: NSTU, 2016, part 5, pp. 117-118. (In Russian)
9. B.K. Khoo, M. Ovinis, T. Nagarajan. A Comparative Analysis of Inductors with Square and Conical Contours. *Applied Mechanics and Materials*, 2013, vol. 415, pp. 414-417.
10. A. Kermanpur, M. Jafari, and M. Vaghayenegar. Electromagnetic-thermal coupled simulation of levitation melting of metals. *Journal of Materials Processing Technology*, 2011, vol. 211, no. 2, pp. 222-229.
11. Yachikov I.M., Vdovin K.N., Shmelev M.O. Modeling of magnetic field behavior and position of a body suspended in the high-frequency inductor with reverse coil. *Mathematical and software systems in industrial and social spheres*. 2013, no. 1, pp. 47-53. (In Russian)
12. Yachikov I.M. Position balance of body suspended in high frequency inductor with reverse coil. *Elektrotekhnicheskie sistemy i komplekсы* [Electrotechnical systems and complexes]. 2014, no. 3(24), pp. 66-72. (In Russian)
13. Certificate no. 2014614306. Modeling of the magnetic field in the inductor with reverse coil. Yachikov I.M., Shmelev M.O. FGBU «Federal Institute of Industrial Property», Federal Service for Intellectual Property, State Registration of Computer Programs, no. 2014612024; claimed 12.03.2014; date of registration 22.04.2014.
14. Yachikov I.M., Larina T.P. Experimental research of body position in suspension state in a cylindrical high-frequency inductor with a reverse coil. *Elektrotekhnicheskie sistemy i komplekсы* [Electrotechnical systems and complexes]. 2015, no. 2(27), pp. 39-43. (In Russian)

Ячиков И.М., Ларина Т.П., Вострокнутова О.Н. Исследование поведения напряженности магнитного поля и положения тела во взвешенном состоянии в коническом индукторе с противовитком // *Электротехнические системы и комплексы*. 2018. № 1(38). С. 55-62. [https://doi.org/10.18503/2311-8318-2018-1\(38\)-55-62](https://doi.org/10.18503/2311-8318-2018-1(38)-55-62)

Yachikov I.M., Larina T.P., Vostroknutova O.N. Research of Magnetic Field Intensity Behavior and Body Position in Suspended State in the Conical Inductor with the Reverse Coil. *Elektrotekhnicheskie sistemy i komplekсы* [Electrotechnical Systems and Complexes], 2018, no. 1(38), pp. 55-62. (In Russian). [https://doi.org/10.18503/2311-8318-2018-1\(38\)-55-62](https://doi.org/10.18503/2311-8318-2018-1(38)-55-62)