

ЭЛЕКТРОТЕХНОЛОГИИ В ПРОМЫШЛЕННОСТИ

УДК 621.365

[https://doi.org/10.18503/2311-8318-2017-2\(35\)-67-73](https://doi.org/10.18503/2311-8318-2017-2(35)-67-73)Мещеряков В.Н.¹, Титов С.С.², Безденежных Д.В.²¹ФГБОУ ВПО «Липецкий государственный технический университет»²ООО «НПП Система48»**АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СИЛ НА КИНЕМАТИКУ ДВИЖЕНИЯ ШАРА В ПРОЦЕССЕ ОСЕСИММЕТРИЧНОГО ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА**

В настоящей публикации проведен анализ сил, действующих на заготовку (шар) со стороны электромагнитного поля индуктора, в процессе его движения при осесимметричном индукционном нагреве под термообработку. При помощи метода конечных элементов (МКЭ) и пакета программ FEMM была смоделирована динамика магнитного поля индуктора, а также разработана совместная математическая модель индуктора и заготовки. Это позволило определить влияние различных факторов, таких как частота тока индуктора, его величина, геометрические параметры индуктора, физические параметры материала индуктора и шара, а также положение шара в процессе нагрева на величину электромагнитной силы, действующей на заготовку. Полученное выражение является фундаментальным с точки зрения анализа влияния сил электромагнитного характера на кинематику движения шара в процессе осесимметричного индукционного нагрева под термообработку. Результаты данного исследования особенно актуальны при разработке установок индукционного нагрева (УИН) для осесимметричного индукционного нагрева металлоизделий шарообразной формы в массовом производстве мелющих тел для горно-обогатительных фабрик и цементных заводов, шариков подшипников качения, клапанов в гидравлических системах, в том числе высокоизносостойких шариков в обратных клапанах глубинных насосов для нефтедобычи и др.

Ключевые слова: индуктор, анализ, кинематика, шар, индукционный нагрев, электромагнитные силы.

ВВЕДЕНИЕ

В последние несколько лет вышел ряд публикаций, затрагивающих вопросы симметричного индукционного нагрева под термообработку металлоизделий шарообразной формы на заданную глубину токами повышенной частоты. В связи с преимущественно сырьевой направленностью российской экономики результаты данных исследований особенно актуальны при массовом производстве мелющих тел для горно-обогатительных фабрик и цементных заводов, шариков подшипников качения, клапанов в гидравлических системах, в том числе высокоизносостойких шариков в обратных клапанах глубинных насосов для нефтедобычи и др.

В качестве идеи технического решения задачи симметричного индукционного нагрева металлоизделий шарообразной формы в публикациях [1–3] указывается новая конфигурация индуктора, направляющий желоб которого (он же транспортирующий профиль) изогнут в пространственную спираль с вертикальной осью симметрии. Кинематика движения шара по спиральному желобу в индукторе (свободное скатывание) характеризуется двухмерным, а в другом случае при переменной кривизне витков спирали (или траектории движения центра массы шара) – трёхмерным побуждением к изменению направления его оси собственного вращения от входа в индуктор до выхода из него. Указанный факт предопределяет возможность создания установок индукционного нагрева (УИН) непрерывного действия, обеспечивающих равномерное по плотности взаимодействие всей поверхности скатывающегося шара с электромагнитным полем в индукторе. Таким образом, появляется возможность достижения искомого симметричного нагрева на заданную глубину – прямого скоростного и потому высокоэнергоэффективно-

го, практически без окисления и обезуглероживания.

Следует отметить высокий уровень сложности реализации заявленных УИН по ряду параметров как механико-математического, так и электромагнитного характера. К последним относится анализ электромагнитных сил, действующих на шар со стороны электромагнитного поля индуктора в процессе движения по спиральному желобу. В конечном итоге данный анализ позволит в полной мере оценить кинематику движения шара в процессе его нагрева под термообработку. Уровень проработки указанного аспекта в профильной литературе [2–3] не является достаточным для успешной реализации заявленной выше идеи.

Таким образом, видится актуальной постановка задачи о поиске аналитического выражения электромагнитной силы, действующей на заготовку в зависимости от конкретной конструкции и материала индуктора, лежащего в основе УИН, а также от конкретных размеров и материала нагреваемой заготовки (шара).

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

При рассмотрении УИН математическим описанием процессов, вызванных электромагнитным полем в индукторе, являются дифференциальные уравнения в частных производных. Данные уравнения для электромагнитных полей являются следствием преобразования уравнений Максвелла [4].

В качестве заготовок, нагреваемых в индукторе, выступают мелющие шары и шарикоподшипники, выполненные из высокоуглеродистых сталей типа ШХ15 (зарубежный аналог 100Cr6). Вследствие неравномерного нагрева по глубине (объясняемого поверхностным эффектом [5, 7]) при приближении к температуре Кюри магнитная проницаемость заготовок становится непостоянной по объему, поэтому в общем случае среда является неоднородной.

В дальнейшем будем считать, что магнитное поле проникает в заготовку только на глубину скин-слоя, величина которого определяется частотой магнитного поля. Это допущение позволяет считать температуру заготовки, а следовательно, и магнитную проницаемость по всей глубине скин-слоя постоянной, а среду – однородной.

Рассматриваемые заготовки выполнены из ферромагнитных материалов. Для ферромагнитных материалов связь между напряженностью поля и магнитной индукцией нелинейная. В этом случае напряженность поля и магнитная проницаемость являются функциями магнитной индукции.

В общем виде для магнитоизотропной среды с нелинейной зависимостью между напряженностью поля и магнитной индукцией справедливо следующее уравнение [6]:

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu(B)} \cdot \nabla \times \bar{A} \right) = \bar{J}, \quad (1)$$

где \bar{A} – векторный потенциал магнитного поля; \bar{J} – вектор плотности тока; B – магнитная индукция; μ – магнитная проницаемость среды; $\nabla \times$ – оператор rot для векторного поля.

Так как по рассматриваемому индуктору протекает переменный синусоидальный ток, то и магнитное поле, создаваемое им, также является переменным синусоидальным. Для синусоидального магнитного поля выражение (1) примет вид

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu(B)} \cdot \nabla \times \bar{A} \right) = -\sigma \frac{\partial \bar{A}}{\partial t}, \quad (2)$$

где σ – проводимость материала.

Выражение (2) также можно представить в виде

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu(B_m)} \cdot \nabla \times \bar{A}_m \right) = -\sigma j \omega \bar{A}_m, \quad (3)$$

где A_m – амплитудное значение синусоидального векторного потенциала магнитного поля; B_m – амплитудное значение синусоидальной магнитной индукции; ω – частота магнитного поля.

Существующие аналитические методы не могут обеспечить решение уравнения (3). В электромагнитной системе рассматриваемого индуктора это связано с его сложной трехмерной геометрией, многообразием границ раздела сред с различными магнитными свойствами, нелинейностью характеристик намагничивания ферромагнитного материала заготовки. Для получения возможности решения необходимо использовать численные методы. Наиболее целесообразным в данном случае является применение метода конечных элементов (МКЭ) [7].

Существует достаточно большое количество программных продуктов, использующих вышеуказанный метод для расчета электромагнитных полей различной степени сложности. В задаче моделирования электромагнитного поля индуктора будем считать, что заготовка (в данном случае стальной шар) находится по поперечной оси ровно по центру индуктора. Это позволяет свести задачу к двумерной осесимметричной,

что значительно упрощает проведение расчетов.

В дальнейшем, при рассмотрении электромагнитных процессов, протекающих в индукторе, мы будем использовать пакет программ FEMM. FEMM представляет собой набор программ для решения низкочастотных электромагнитных, токовых и тепловых задач в двумерной плоской и осесимметричной областях [9]. Программа используется для решения:

- линейных и нелинейных магнитоэлектростатических задач;
- гармонических линейных и нелинейных квазистатических магнитных задач;
- линейных электростатических задач;
- тепловых задач в установившемся тепловом состоянии;
- задач по исследованию протекания тока в проводнике.

С помощью FEMM была разработана математическая модель индуктора с заготовкой (шаром) со следующими характеристиками:

- материал проводника индуктора – медь;
- конфигурация проводников индуктора – полая трубка, внешний диаметр 8 мм, внутренний диаметр 6 мм;
- число витков – 5, расстояние между витками 2 мм;
- конфигурация индуктора – внешний диаметр 28 мм, внутренний диаметр 12 мм;
- длина индуктора – 48 мм;
- материал шара – углеродистая сталь 100Cr6 с нелинейной В-Н характеристикой, удельная электрическая проводимость 4,55 МСм/м;
- диаметр шара – 10 мм.

На **рис. 1** изображена конфигурация разработанной осесимметричной модели индуктора в программе FEMM.

В МКЭ расчетная область разбивается на элементы конечного размера. При расчете двумерных полей наибольшее распространение получили треугольные и прямоугольные элементы с прямолинейными сторонами. Выбранный пакет программ FEMM использует треугольные элементы. На **рис. 2** показан фрагмент индуктора при разбиении области на элементы в процессе моделирования.

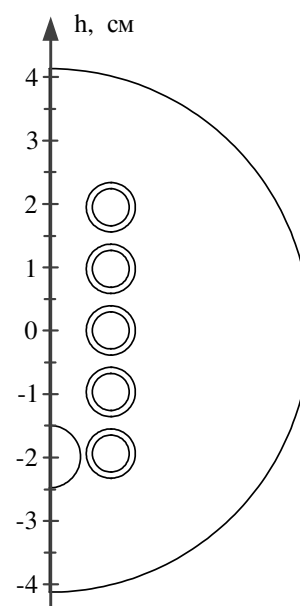


Рис. 1. Осесимметричная модель индуктора со стальным шаром

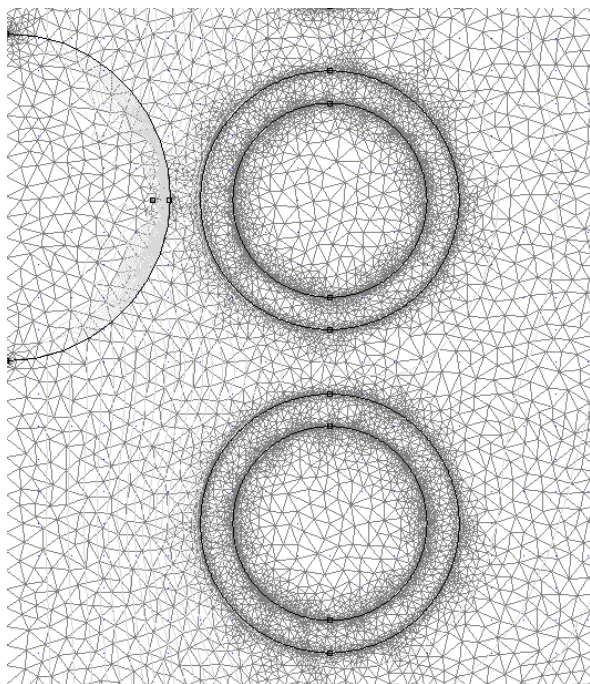


Рис. 2. Разбиение области индуктора на конечные элементы

Материалом заготовки (шара) является углеродистая сталь 100Cr6. На рис. 3 показана кривая намагничивания для данной стали при температуре 25°C, на рис. 4 эта же кривая в логарифмических координатах.

Следующим шагом было моделирование магнитного поля индуктора. Пакет программ FEMM позволяет строить картину магнитных полей в виде силовых линий. На рис. 5 показана смоделированная картина магнитного поля при частоте тока индуктора 1 кГц, на рис. 6 – при частоте тока 10 кГц. Сила тока индуктора в обоих случаях составляла около 500 А. Из рисунков видно влияние поверхностного эффекта, заключающегося в меньшей глубине проникновения магнитного поля в шар с ростом частоты электромагнитного поля.

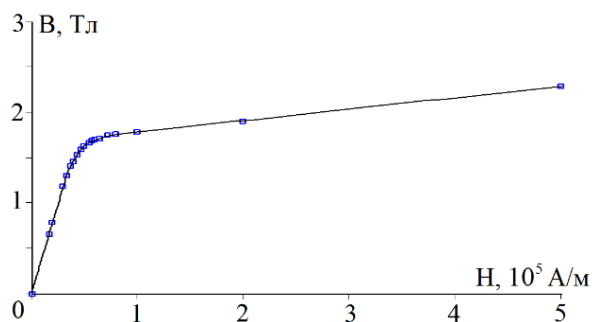


Рис. 3. Кривая намагничивания стали 100Cr6

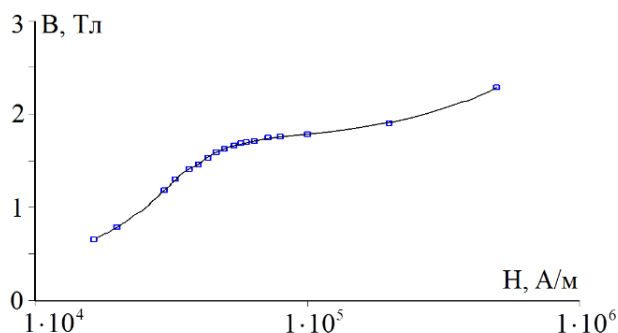


Рис. 4. Кривая намагничивания стали 100Cr6 в логарифмических координатах

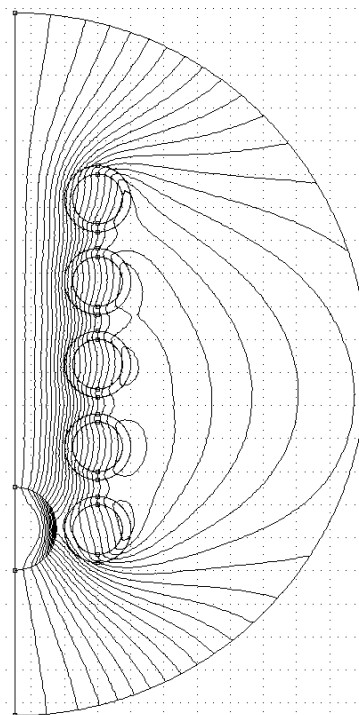


Рис. 5. Картина магнитного поля индуктора при частоте тока 1 кГц

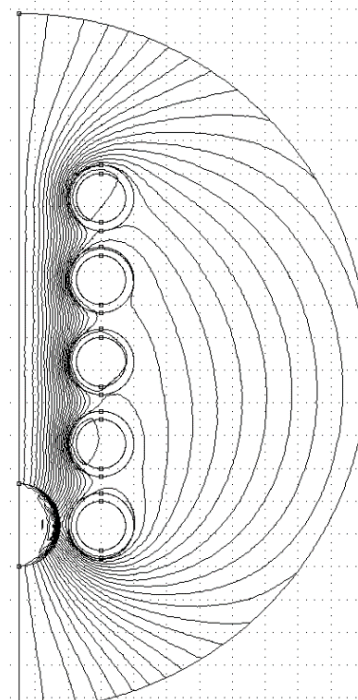


Рис. 6. Картина магнитного поля индуктора при частоте тока 10 кГц

Одним из важных пунктов при моделировании является определение электромагнитных сил, действующих на шар при его движении через индуктор. Пакет программ FEMM позволяет оценить эти силы путем использования тензора натяжений Максвелла.

Тензор Максвелла описывает давление на единицу поверхности тела по формуле [8]

$$d\vec{F} = \frac{1}{2} \left[\vec{H} \cdot (\vec{B} \cdot \vec{n}) + (\vec{H} \cdot \vec{n}) \cdot \vec{B} - (\vec{H} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{n} \right], \quad (4)$$

где \vec{n} – вектор внешней нормали к поверхности в интересующей нас точке.

Полная сила, действующая на шар, вычисляется как интеграл по поверхности шара:

$$F = \int_S dF. \quad (5)$$

Численное решение интеграла (5) позволило определить электромагнитную силу, действующую на шар, направленную по продольной оси индуктора. При численном решении моделировалось различное положение шара внутри индуктора в 100 точках. Во всех случаях температура шара считалась постоянной и равной 25°C.

На **рис. 7** показана величина электромагнитной силы в зависимости от положения шара h в индукторе, действующей по продольной оси, координата $h=0$ соответствует положению шара по центру индуктора (в соответствии с **рис. 1**). Графики сняты при разных токах индуктора. Анализ графиков показывает квадратичную зависимость электромагнитной силы от величины тока. На графиках отмечается наличие максимальных значений силы, соответствующих моментам входа и выхода шара в индуктор. При положении шара внутри индуктора наблюдаются колебания величины электромагнитной силы (5 периодов), объясняющиеся движением шара вдоль 5 витков индуктора, имеющие расстояние между собой, равное 2 мм. Относительно большая амплитуда колебаний объясняется близкими размерами шара и проводника индуктора – медной трубки.

Следующим шагом было определение влияния частоты тока индуктора на величину электромагнитной силы, действующей на шар. На **рис. 8, 9** показаны графики силы в зависимости от положения шара h в индукторе, снятые при разных частотах. Из них видно, что величина силы убывает с возрастанием частоты. Для более точной оценки были построены графики электромагнитной силы в зависимости от частоты тока индуктора при постоянной силе тока 1000 А и различных положениях шара в индукторе, они показаны на **рис. 10**. Из графика видно, что с ростом частоты график асимптотически приближается к нулю и зависимость явно нелинейная.

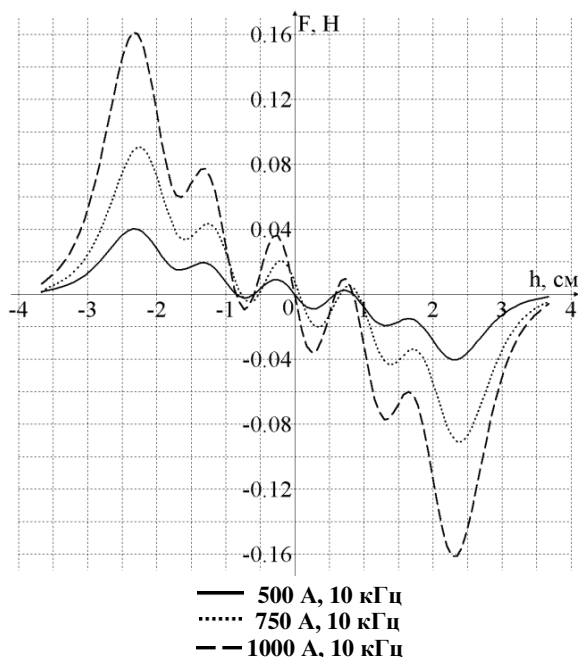


Рис. 7. Графики электромагнитной силы, действующей на шар по продольной оси индуктора при разной величине тока

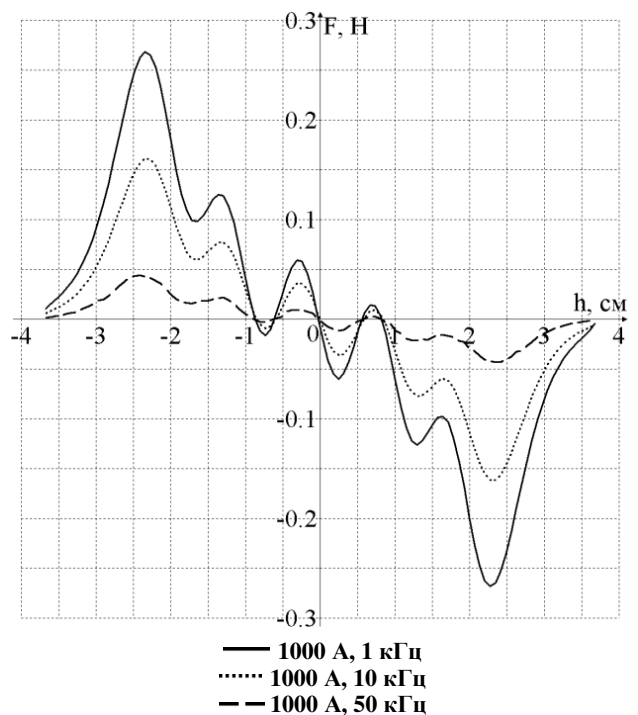


Рис. 8. Графики электромагнитной силы, действующей на шар по продольной оси индуктора при разной частоте тока

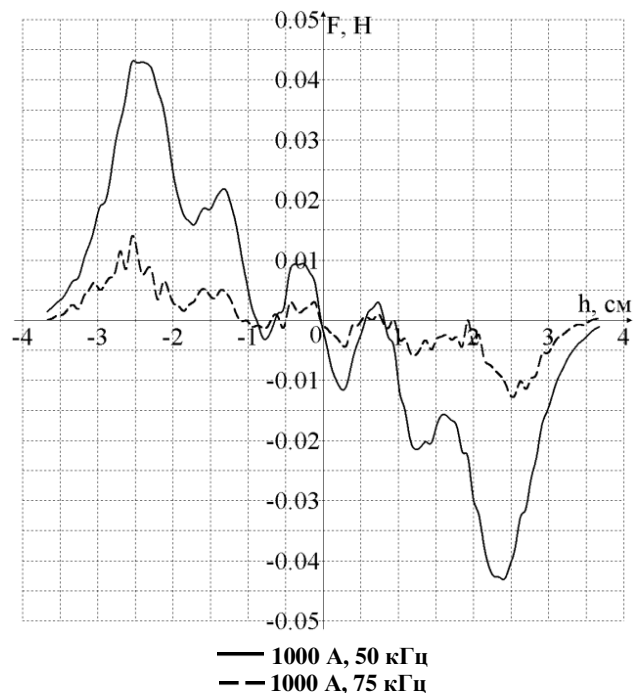


Рис. 9. Графики электромагнитной силы, действующей на шар по продольной оси индуктора при разной частоте тока

Для дальнейшего анализа работы индуктора с движущимся шаром необходимо определить аналитическое выражение электромагнитной силы, действующей на шар в зависимости от основных параметров работы. Для этого будем использовать аппроксимацию зависимостей, изображённых на **рис. 7–10**.

Зависимость электромагнитной силы от частоты для рассматриваемого индуктора в рабочем диапазоне частот аппроксимируется выражением вида

$$F(f) = \frac{F_0}{A_1 \cdot f^4 + B_1 \cdot f^2 + C_1 \cdot f + 1}, \quad (6)$$

где f – частота тока индуктора; F_0 – значение электромагнитной силы при нулевой частоте тока индуктора; A_1, B_1, C_1 – коэффициенты аппроксимации.

На рис. 11 показаны графики аппроксимирующих функций при различных положениях шара в индукторе. Коэффициенты аппроксимации постоянны и не зависят от положения шара в индукторе (A_1, B_1, C_1 зависят от геометрических параметров индуктора, а также параметров материала индуктора и заготовки соответственно).

Зависимость электромагнитной силы F от положения шара в индукторе h аппроксимируется несколькими выражениями следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{F_m}{C_2(|h| - h_m)^3 + D_2(|h| - h_m) + 1}, \text{ при } h \leq -h_m \\ A_2|h|^\alpha + B_2 \sin(\beta|h|), \text{ при } 0 > h > -h_m \\ -A_2|h|^\alpha - B_2 \sin(\beta|h|), \text{ при } 0 < h < h_m \\ \frac{-F_m}{C_2(|h| - h_m)^3 + D_2(|h| - h_m) + 1}, \text{ при } h \geq h_m \end{array} \right. \quad (7)$$

где F_m – максимальное (по модулю) значение электромагнитной силы при положении шара в точке h_m ; $A_2, B_2, C_2, D_2, \alpha, \beta$ – коэффициенты аппроксимации, зависят от указанных выше параметров по аналогии с A_1, B_1, C_1 .

На рис. 12 показан график аппроксимирующей функции при величине тока индуктора 1 кА.

Окончательное аппроксимированное выражение для величины электромагнитной силы F , действующей на шар, принимает вид

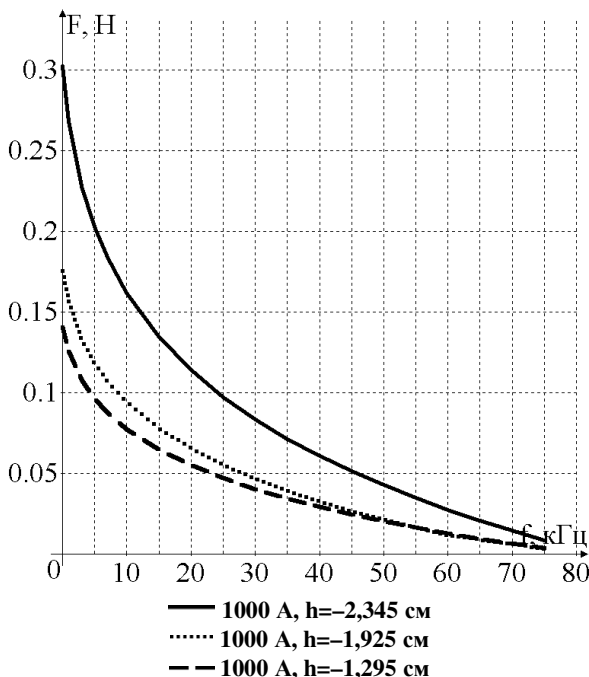


Рис. 10. Графики зависимости электромагнитной силы от частоты тока при положении шара в разных точках индуктора

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{kF_0 F_m I^2 (1/Q)}{C_2(|h| - h_m)^3 + D_2(|h| - h_m) + 1}, \text{ при } h \leq -h_m \\ \frac{kF_0 I^2 [A_2|h|^\alpha + B_2 \sin(\beta|h|)]}{Q}, \text{ при } 0 > h > -h_m \\ \frac{kF_0 I^2 [-A_2|h|^\alpha - B_2 \sin(\beta|h|)]}{Q}, \text{ при } 0 < h < h_m \\ \frac{-kF_0 F_m I^2 (1/Q)}{C_2(|h| - h_m)^3 + D_2(|h| - h_m) + 1}, \text{ при } h \geq h_m \end{array} \right. \quad (8)$$

где I – величина тока индуктора; k – коэффициент пропорциональности (H/A^2);

$$Q = A_1 f^4 + B_1 f^2 + C_1 f + 1.$$

Это выражение справедливо для конкретной конструкции и материала индуктора, а также конкретных размеров и материала стального шара. Выражение не учитывает изменение температуры шара при нагреве. Указанный факт возможно учесть в дальнейшем путем корректировки кривой намагничивания в зависимости от температуры шара.

Для оценки качества аппроксимации в ПО SciDAVis [10] вычислялся коэффициент достоверности аппроксимации (коэффициент детерминации) R^2 для графика на рис. 12. На участке $0 < h < h_m$ значение R^2 составило 0,9955, на участке $h \geq h_m$ значение R^2 равно 0,9992. Близость коэффициента R^2 к единице говорит о высокой достоверности выбранной аппроксимации.

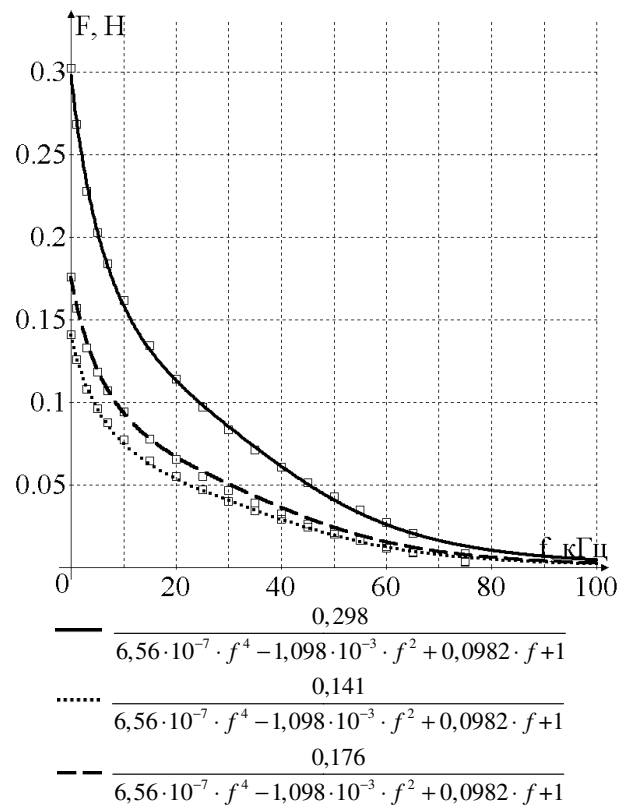
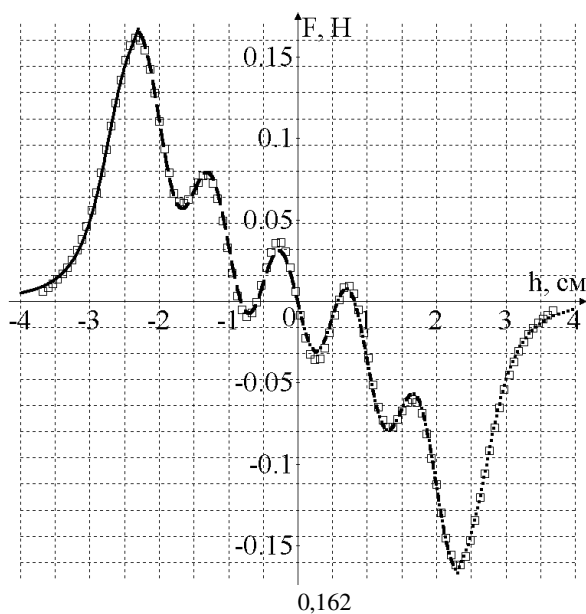


Рис. 11. Аппроксимация зависимости электромагнитной силы от частоты тока



$$\begin{aligned} & \text{—} \frac{0,162}{6,56(-h-2,345)^3 + 0,676(-h-2,345) + 1} \\ & \text{---} 0,0274 \cdot \sin(-6,32h) + 0,0343(-h)^{1,69} \\ & \text{---} 0,0274 \cdot \sin(6,32h) + 0,0343 \cdot h^{1,69} \\ & \cdots \frac{0,162}{6,56(h-2,345)^3 + 0,676(h-2,345) + 1} \end{aligned}$$

Рис. 12. Аппроксимация зависимости электромагнитной силы от положения шара в индукторе

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, при помощи метода конечных элементов (МКЭ) и пакета программ FEMM было смоделировано поведение магнитного поля индуктора, а также разработана совместная математическая модель индуктора и заготовки. Это позволило определить влияние различных факторов, таких как частота тока индуктора и положение шара в индук-

торе на величину электромагнитной силы, действующей на заготовку. Полученное аналитическое выражение (8) является фундаментальным с точки зрения анализа влияния сил электромагнитного характера на кинематику движения шара в процессе осесимметричного индукционного нагрева и может быть использовано при разработке УИН для симметричного индукционного нагрева металлоизделий шарообразной формы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пат. 2453612 РФ, МПК C21D1/42, H05B6/36. Индуктор непрерывного действия для симметричного нагрева изделий шарообразной формы / Мещеряков В.Н., Кузьменко В.И., Титов С.С. Опубл. 20.06.2012. Бюл. №17. 4 с.
2. Мещеряков В.Н., Титов С.С. Установка индукционного нагрева под термообработку металлоизделий шарообразной формы // Электрометаллургия. 2015. № 8. С. 14–22.
3. Мещеряков В.Н., Кузьменко В.И., Титов С.С. Разработка метода и устройства для транспортирования и равномерного осесимметричного индукционного нагрева шаров // Индукционный нагрев. 2011. № 3. С. 40–43.
4. Нейман Л.Р., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники. Л.: Энергия, 1981. Т. 2. 533 с.
5. Слухоцкий А.Е., Рыскин С.Е. Индукторы для индукционного нагрева. М.: Энергия, 1974. 263 с.
6. David J. Griffiths. Introduction to Electrodynamics. 4th Edition. Pearson, 2012. 624 с.
7. Lupi S., Forzan M. Induction and Direct Resistance Heating: Theory and Numerical Modeling. Springer, 2015. 370 с.
8. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. Изд. 10-е. М.: Наука, 1986. 544 с.
9. Байда Е.И. Расчет электромагнитных и тепловых полей с помощью программы FEMM. Харьков: НТУ «ХПИ», 2015. 147 с.
10. Параллельные вычисления в УрО РАН [Электронный ресурс]. М.: Институт математики и механики УрО РАН, 2016. URL: <http://parallel.uran.ru/node/203>, свободный. Загл. с экрана.

Поступила в редакцию 10 февраля 2017 г.

INFORMATION IN ENGLISH

ANALYSIS OF THE EFFECT OF ELECTROMAGNETIC FORCES ON KINEMATICS OF A SPHERICAL METAL PRODUCT IN AXISYMMETRIC INDUCTION HEATING

Viktor N. Meshcheryakov

D.Sc. (Eng.), Professor, Head of the department, Department of Automatic Electric Drive, Lipetsk State Technical University, Lipetsk Russia.

Sergey S. Titov

Ph.D. (Eng.), General manager, «NPP Sistema48» Research and Production Enterprise Ltd (Lipetsk), Lipetsk Russia.

Daniil V. Bezdenezhnykh

Ph.D. (Eng.), Chief Engineer, «NPP Sistema48» Research and Production Enterprise Ltd (Lipetsk), Lipetsk Russia.

The article is concerned with analysis of the forces acting on the work-piece (ball) from the electromagnetic field of the inductor during its movement in the process of axially symmetric induction heating for heat treatment. The finite element method (FEM) and FEMM software package were used to model the dynamics of the magnetic field of the inductor and to develop a mutual mathematical model of the inductor and the workpiece. This made it possible to

determine the effect of various factors such as the frequency and magnitude of the inductor current, the geometric parameters of the inductor, physical parameters of the material of the inductor and the ball and position the ball in the heating process on the magnitude of the electromagnetic force acting on the workpiece. The resulting expression is fundamental in terms of analysis of the influence of the electromagnetic forces on the kinematics of the movement of

the ball in the axially symmetric induction heating for further heat treatment. The results of this study are particularly relevant in the development of induction heating process for axially symmetric induction heating of metal spherical shape in the mass production of grinding media for mining and processing mills and cement plants, balls of rolling bearings, valves, hydraulic systems, including highly wear-resistant balls in reverse valves for oil well pumps, etc.

Keywords: Inductor analysis, kinematics, ball, induction heating, electromagnetic forces.

REFERENCES

1. Meshcheryakov V.N., Kuzmenko V.I., Titov S.S. *Induktor nepreryvnogo deystviya dlya simmetrichnogo nagreva izdeliy sharoobraznoy formy* [Continuous operation inductor for symmetric heating of spherical products]. Patent RF, no. 2453612, 2012. (In Russian)
2. Meshcheryakov V.N., Titov S.S. Installation of induction heating for heat treatment of spherical metal products. *Elektrometallurgiya* [Electrometallurgy], 2015, no. 8, pp. 14–22. (In Russian)
3. Meshcheryakov V.N., Kuz'menko V.I., Titov S.S. Development of the method and apparatus for transporting and uniform axisymmetric induction heating of spherical metal products. *Induktsionnyy nagrev* [Induction heating], 2011, no. 3, pp. 40–43. (In Russian)
4. Neyman L.R. *Teoreticheskiye osnovy elektrotekhniki* [Theoretical Foundations of Electrical Engineering]. S.Petersburg: Energiya, 1981, 533 p.
5. Sluhotsky A.Ye., Ryskin S.Ye. *Induktory dlya induktsionnogo nagreva* [Inductors for induction heating]. Moscow: [Energy], 1974, 263 p. (In Russian)
6. David J. Griffiths. *Introduction to Electrodynamics*. 4th Edition. Pearson, 2012, 624 c.
7. Lupi S., Forzan M. *Induction and Direct Resistance Heating: Theory and Numerical Modeling*. Springer, 2015. 370 p.
8. Bronshteyn I.N., Semendiyayev K.A. *Spravochnik po matematike, izdaniye desyatoye* [Handbook of mathematics, tenth edition]. Moscow: Nauka, 1986, 544 p. (In Russian)
9. Bayda Ye.I. *Raschet elektromagnitnykh i teplovykh poley s pomoshchyu programmy FEMM* [Calculation of electromagnetic and thermal fields using FEMM software]. Kharkov: NTU «KHPI», 2015, 147 p.
10. *Parallelnyye vychisleniya v UrO RAN* [Parallel Computing in UB RAS]. Moscow Institute of mathematics and mechanics. Available at: <http://parallel.uran.ru/node/203>

Мещеряков В.Н., Титов С.С., Безденежных Д.В. Анализ влияния электромагнитных сил на кинематику движения шара в процессе осесимметричного индукционного нагрева // Электротехнические системы и комплексы. 2017. № 2 (35). С. 67–73. [https://doi.org/10.18503/2311-8318-2017-2\(35\)-67-73](https://doi.org/10.18503/2311-8318-2017-2(35)-67-73)

Meshcheryakov V.N., Titov S.S., Bezdenezhnykh D.V. Analysis of the Effect of Electromagnetic Forces on Kinematics of a Spherical Metal Product in Axisymmetric Induction Heating. *Elektrotekhnicheskie sistemy i komplekсы* [Electrotechnical Systems and Complexes], 2017, no. 2 (35), pp. 67–73. (In Russian). [https://doi.org/10.18503/2311-8318-2017-2\(35\)-67-73](https://doi.org/10.18503/2311-8318-2017-2(35)-67-73)