# ПРОМЫШЛЕННАЯ ЭЛЕКТРОНИКА, АВТОМАТИКА И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

УДК 681.51+62-503.56 DOI: 10.18503/2311-8318-2016-3(32)-60-65

Андреев С.М., Ахметов Т.У., Нужин Д.В., Парсункин Б.Н.

ФГБОУ ВО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова»

# АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ ТОПЛИВОСБЕРЕГАЮЩИМ НЕСИММЕТРИЧНЫМ НАГРЕВОМ НЕПРЕРЫВНОЛИТЫХ ЗАГОТОВОК ПЕРЕД ПРОКАТКОЙ

Рассмотрены результаты теоретического обоснования и практической реализации в реальных производственных условиях автоматизированной системы топливосберегающего управления, реализующий несимметричный режим нагрева непрерывнолитых слябовых заготовок в методических печах в условиях нестационарной работы широкополосного стана горячей прокатки. Учитывая значительные тепловые потери в нижних зонах нагрева, система управления реализует, в зависимости от реальной производственной ситуации, дифференцированное распределение подачи топлива в верхние и нижние зоны нагрева печи в пропорции 0,8-1,0 в зависимости от темпа продвижения заготовок по длине печи. Коэффициент несимметричности распределения тепловых нагрузок между верхними и нижними зонами изменяется от 1,0 при максимальной производительности печи (симметричный нагрев) до 0,8 при производительности печи 20% от максимальной. Управление топливосберегающим режимом нагрева в верхних зонах производится по температуре поверхности нагреваемого металла, измеряемой оптическими пирометрами. В нижних зонах управление осуществляется по температуре рабочего пространства, измеряемой термопарами в защитных карборундовых стаканах.

*Ключевые слова:* топливосберегающий нагрев, нагрев заготовок перед прокаткой, измерение температуры поверхности, гарантированный нагрев, методические печи.

#### Введение

Важной технологической операцией при производстве горячекатаного широкополосного листового проката для оборонной, судостроительной и трубной отраслей промышленного производства является нагрев металла в печах проходного типа перед прокаткой. В условиях нестационарного высокопроизводительного прокатного производства одним из основных способов энергосберегающего управления нагревом заготовок является использование систем оптимального управления тепловым режимом нагревательных печей.

К настоящему времени решению проблемы энергосберегающего управления нагревом посвящено много работ, начиная от использования стабилизирующих локальных контуров регулирования температуры в зонах нагрева до автоматизированных комплексов, осуществляющих управление процессом нагрева по заранее рассчитанным топливосберегающим температурным траекториям [1-3].

При анализе принципов работы известных систем управления нагревом заготовок в проходных нагревательных печах листопрокатных станов можно сделать вывод о том, что алгоритмы расчета топливосберегающих температурных траекторий разработаны для условий «симметричного» распределения тепловых нагрузок между верхними и нижними зонами нагрева.

В реальных условиях полезное использование тепловой энергии от сгорания топлива в верхних и нижних зонах нагрева неодинаково. Это объясняется наличием значительных потерь тепла при охлаждении конструктивных элементов системы перемещения металла, расположенных в нижней части печи. Одним из вариантов решения задачи компенсации тепловых потерь в нижних зонах является увеличение расходов

топлива в нижние зоны по сравнению с верхними.

Затраты тепловой энергии на нагрев воды в водоохлаждаемых конструктивных элементах печи являются, скорее, вынужденными, чем полезными. При энергосберегающем управлении режимом нагрева заготовок эти потери целесообразно обоснованно снижать. Основной целью данной работы является использование предлагаемой автоматизированной системы энергосберегающего управления нагревом непрерывнолитых заготовок, которая обеспечивает несимметричный гарантированный нагрев металла до заданного теплового состояния при минимальных затратах топлива в нижние зоны.

# ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ ЭНЕРГОСБЕРЕГАЮЩЕЙ СИСТЕМЫ НЕСИММЕТРИЧНОГО НАГРЕВА

Изменение температурного состояния нагреваемой непрерывнолитой слябовой заготовки по толщине можно аналитически определить из решения одномерного уравнения теплопроводности при соответствующих начальных и граничных условиях [4, 5].

Как правило, исследуется «симметричный» нагрев заготовок, при котором тепловые потоки на обе широкие стороны заготовки равны. В этом случае тепловое поле симметрично относительно центра заготовки. Поэтому при решении уравнения достаточно рассмотреть нагрев только половины S полной толщины заготовки  $S_0$ , как показано на **рис. 1**, a. Коэффициент несимметричности нагрева  $\mu$  в этом случае при  $S=\mu \cdot S_0$  будет равен 0,5. Если производится односторонний нагрев с изолированной одной гранью, то в этом случае коэффициент несимметричности  $\mu = 1,0$ .

Если тепловые потоки на плоскости заготовки не равны и основной нагрев осуществляется за счет верхних зон, то это приводит к несимметричности нагрева

<sup>©</sup> Андреев С.М., Ахметов Т.У., Нужин Д.В., Парсункин Б.Н.

(рис. 1,  $\delta$ ). В этом случае для универсальности расчета используется фиктивная толщина  $S_{\Phi}=2S=\mu \cdot S_0$  (см рис. 1,  $\delta$ ) с последующим «отсечением» фиктивной части толщины пластины [2, 4].

Для снижения расходов тепловой энергии на нагрев при нестационарном режиме работы методических печей предложен оптимальный топливосберегающий режим управления нагревом, который учитывает не только распределение подачи топлива по зонам нагрева по длине печи, но и эффективное распределение топлива между верхними и нижними зонами с учетом текущей производительности печи и эффективности использования тепловой энергии в зонах.

При работе системы энергосберегающего управления необходимо обеспечить гарантированный нагрев заготовок от начального до заданного конечного температурного состояния за заданный интервал времени Т (определяемый текущей производительностью прокатного стана) с соблюдением всех технологических и конструктивных ограничений при минимальном общем затраченном количестве топлива на нагрев.

Критерии (цели) оптимального управления несимметричного нагрева металла представлены в виде выражения соотношений функционалов:

$$I = \frac{I^{\rm B}}{I^{\rm H}} \to \max,\tag{1}$$

$$I^{\mathrm{B}} = \int_{0}^{T} \left[ U^{\mathrm{B}}(\tau) \right]^{2} d\tau \to \min, \tag{2}$$

$$I^{\mathrm{H}} = \int_{0}^{T} \left[ U^{\mathrm{H}}(\tau) \right]^{2} d\tau \to \min, \tag{3}$$

где  $I^B$  и  $I^H$  — соответственно суммарные затраты топлива в течение всего времени нагрева для верхних и нижних зон печи;  $U^B(\tau) = k^B \cdot V^B(\tau)$  — характеристическая температура управления, пропорциональная расходу топлива в верхние зоны печи, °C;  $U^H(\tau) = k^H \cdot V^H(\tau)$  — характеристическая температура управления, пропорциональная расходу топлива в нижние зоны печи, °C;  $V^B(\tau)$  — текущий расход топлива в верхние зоны, м³/ч;  $V^H(\tau)$  — текущий расход топлива в нижние зон, м³/ч;  $V^H(\tau)$  — текущий расход топлива в нижние зон, м³/ч;  $V^H(\tau)$  — текущий расход топлива в нижние зон, м³/ч;  $V^H(\tau)$  — характеристическая температура» соответственно в верхних и нижних зонах, (°C·ч)/м³.

Для обеспечения гарантированного нагрева заготовок в системе управления процессом нагрева производится минимизация оценки отклонения расчетного конечного состояния металла от заданного. С учетом максимального использования тепловой энергии верхних зон введен дополнительный критерий следующего вила:

$$J = (J_1 + J_2) \rightarrow \min, \tag{4}$$

$$J_{1} = \int_{0}^{x} \left| t^{3}(x,T) - t^{\mathcal{I}}(x,T) \right| dx, \tag{5}$$

$$J_{2} = \int_{0}^{T} U^{B}(\tau) d\tau + k \cdot \int_{0}^{T} U^{H}(\tau) d\tau,$$
 (6)

где  $t^3(x,T)$  — заданное распределение температур по сечению заготовки;  $t^{\rm I}(x,T)$  — действительное распределение температур по сечению заготовки в конце времени нагрева T; k — коэффициент несимметричности, пропорциональный  $\mu$  и учитывающий потери тепла в нижних зонах.

В идеальном случае каждая непрерывнолитая заготовка должна нагреваться по индивидуальной оптимальной температурной траектории изменения температурного контролируемого параметра во времени. Реально на несколько расположенных в зоне заготовок часто с различным начальным тепловым состоянием и различающихся по теплофизическим свойствам (маркам стали) приходится одно управляющее воздействие – расход топлива в данной зоне нагрева и одно текущее значение контролируемого температурного параметра.

Динамику инерционного процесса теплопередачи от сжигаемого топлива к центру нагреваемой заготовки как объекта оптимального автоматического управления без существенного искажения физической сути процесса можно отразить как совместное решение трех дифференциальных уравнений [6].

$$T_0 \frac{\partial t_{\Gamma C}(\tau)}{\partial \tau} + t_{\Gamma C}(\tau) = k_0 \cdot V_T(\tau) = U(\tau), \tag{7}$$

$$T_{\rm I} \frac{\partial t_{\rm IIOB}(\tau)}{\partial \tau} + t_{\rm IIOB}(\tau) = t_{\rm IC}(\tau), \tag{8}$$

$$T_2 \frac{\partial t_{\mathrm{II}}(\tau)}{\partial \tau} + t_{\mathrm{II}}(\tau) = t_{\mathrm{\Pi OB}}(\tau), \tag{9}$$

где  $t_{\Gamma C}(\tau)$ ,  $t_{\Pi OB}(\tau)$ ,  $t_{\Pi}(\tau)$  — соответственно текущие значения температур греющей среды и поверхности нагреваемого металла и температуры центра нагреваемой заготовки, °C;  $T_0$ ,  $T_1$ ,  $T_2$  — постоянная времени, характеризующая инерционность теплопередачи по соответствующим температурным параметрам, мин.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЯЮЩЕГО ВОЗДЕЙСТВИЯ И ТРАЕКТОРИЙ ИЗМЕНЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ПРИ ТОПЛИВОСБЕРЕГАЮЩЕМ НЕСИММЕТРИЧНОМ РЕЖИМЕ НАГРЕВА

При определении оптимального управляющего воздействия  $U^*(\tau)=k_0\cdot V_T(\tau)$  при несимметричном режиме нагрева использован принцип максимума Л.С. Понтрягина [7], позволяющий эффективно решить поставленную задачу и определить траекторию оптимального  $U^*(\tau)$ . Алгоритм решения задачи оптимального управления применительно к нагреву массивных тел подробно изложен в работе [2].

Расчетные траектории изменения во времени управляющих воздействий  $U^{\rm B}(\tau)$  и  $U^{\rm H}(\tau)$ , изменение температурных параметров  $t_{\Gamma \rm C}^{\rm B}(\tau)$  и  $t_{\Gamma \rm C}^{\rm H}(\tau)$  соответственно для верхних и нижних зон, траектории изменения температуры самой горячей  $t_T^{\rm TOP}(\tau)$  и самой холодной  $t_T^{\rm XOЛ}(\tau)$  точек заготовки в процессе топливосберегающего оптимального управления тепловым режимом при несимметричном распределении тепловых нагрузок по верхним и нижним зонам для заданного времени нагрева при T=300 мин и отсутствии технологиче-

ских ограничений представлены на рис. 2.

Анализ полученных зависимостей показывает, что при наличии значительного резерва времени на нагрев для реализации энергосберегающего режима управления нагревом необходима интенсификация нагрева на заключительном интервале общего заданного времени нагрева *Т*. Этот результат полностью соответствует основному положению топливосберегающего режима нагрева [2, 7, 9].

В реальных производственных условиях при нагреве непрерывнолитых заготовок следует учитывать различные конструктивные и технологические ограничения. Основными из них являются следующие:

- ограничение на максимальное значение управляющего воздействия  $U_{\max}^{\rm B}(\tau)$  и  $U_{\max}^{\rm H}(\tau)$ ;
- ограничение на максимальное значение температуры греющей среды (или температуру рабочего пространства)  $t_{\rm TC}^{\rm MAX}(\tau)$ ;
- ограничение на максимальное допустимое значение температуры поверхности заготовки  $t_{\text{пов}}^{\text{MAX}}(\tau)$  (равное 1350-1370 °C);
- ограничение при нагреве холодных (со склада) заготовок на максимально допустимый температурный перепад  $\Delta t^{\text{MAX}}(\tau) = t_{\text{ПОВ}}(\tau) t_{\text{Ц}}(\tau)$ , равный 200-250°C, действующее до достижения среднемассовой температуры заготовки 550-600°C.

Соблюдение ограничений значительно снижает эффективность оптимального топливосберегающего управления режимом нагрева.

Так, при физическом моделировании режимов оптимального энергосберегающего управления нагревом на опытном компьютеризированном стенде [2,8], полностью имитирующим реальный режим управления нагревом, установлено следующее: если принять затраты тепловой энергии при соблюдении ограничений только на управляющее воздействие за 100%, то соблюдение дополнительно ограничения на максимальную температуру поверхности увеличивает затраты энергии до 117%, а соблюдение всех технологических ограничений увеличит затраты до 158%.

Структурная схема автоматизированной топливосберегающей системы управления несимметричным нагревом заготовок представлена на **рис. 3**. Объектом управления является процесс нагрева заготовок в методической печи. В каждой зоне нагрева установлены датчики, измеряющие температуру греющей среды  $t_{\Gamma C(i)}$  и температуру поверхности  $t_{\Pi OB(i)}$  во всех верхних зонах печи и дополнительно на входе и выходе из печи.

Для расчета темпа движения заготовок и определения текущего положения каждой заготовки в системе учитывается каждое перемещения подвижных балок.

Поддержание температуры заданной температуры поверхности нагреваемых заготовок и температуры рабочего пространства (греющей среды) в каждой зоне осуществляется локальным регуляторами температуры, управляющими подачей топлива в зону нагрева.

Задающим сигналом для каждого зонного регулятора является уставки температур по зонам  $t_{\Pi OB(i)}^3$  или  $t_{\Gamma C(i)}^3$ , формируемые в блоке расчета тепловых нагрузок.

Блок расчета текущего темпа прохождения загото-

вок печи вычисляет темп  $\nu$  путем подсчета сигналов о перемещении шагающей балки за определенный интервал времени. Значение этого параметра непрерывно передается остальным блокам в относительных единицах, когда непрерывному движению или максимальному темпу (450 мм за 50 с) соответствует 100% и минимальному 0%. Текущее положение каждой заготовки по длине печи определяется в блоке расчета перемещения заготовок.

Блок распределения температуры греющей среды обеспечивает достоверность полученных значений при прохождении заготовок в местах установки датчиков температуры.

Блок расчета внутреннего теплового состояния заготовок с учетом текущего положения заготовки  $X_m^{\text{Коорд}}$  и значений  $t_{\Gamma C}(\tau)$ ,  $t_{\Pi OB}(\tau)$  осуществляет расчет распределения температуры по сечению заготовки.

Расчёт заданных значений регуляторам температуры в зонах  $t_{\text{ПОВ}}^3(\tau)$  или  $t_{\text{ГС}}^3(\tau)$  в зависимости от используемого параметра осуществляется в блоке расчета тепловых нагрузок по зонам нагрева, при поступлении в печь очередной заготовки, при изменении темпа движения заготовок или по команде операторатехнолога. Данный блок определяет поиск таких уставок температуры для локальных регуляторов, при которых процесс гарантированного нагрева заготовок до заданного конечного теплового состояния будет происходить с минимальными затратами топлива.

Поиск уставок температуры локальным регуляторам поочередно производится для всех заготовок, находящихся в зонах нагрева [9]. Общей уставкой температуры принимается максимальная уставка для зоны. Это необходимо для гарантированного нагрева самой «холодной» заготовки. В основе принципа функционирования блока использован вариационный модифицированный симплек-метод Нелдера-Мида с ограничениями (метод Бокса) [10].

С использованием симплекс-метода определяются все необходимые коэффициенты, при которых разница между расчетными значениями  $t_{\Pi OB}^{Pac}(\tau)$  или  $t_{\Gamma C}^{Pac}(\tau)$ и реальными величинами  $t_{\Gamma C}(\tau)$ ,  $t_{\Pi OB}(\tau)$  минимальны.

Все информационные сигналы, используемые в системе реализации энергосберегающего оптимального управления нагревом, поступают на пульт автоматизированного рабочего места (АРМ) технологаоператора. В условиях нестационарного режима необходимость интенсификации нагрева на конечном интервале заданного времени при реализации топливосберегающего оптимального управления нагревом объективно увеличивает опасность выдачи на стан недогретого металла и возникновения нежелательных последствий. Поэтому реально предпочтение получил затратный режим нагрева, при котором в печи находится неоправданно завышенные запас нагретого металла, подвергающегося окислению, а топливосберегающие режимы управления не имеют широкого распространения, и интенсивный нагрев заготовок, даже при наличии резерва времени на нагрев, начинается сразу при входе металла в зоны нагрева.

Даже неполная и частичная реализация топливосберегающего режима нагрева в существующих условиях на четвертой четырехзонной методической печи стана 2500 OAO «ММК» при управлении тепловым режимом в 1, 2, 3 зонах позволяет заметно уменьшить расходы смешанного газа по зонам, при гарантированном нагреве.

Результаты хронометража работы печи №4 стана 2500 OAO «ММК» приведены в **таблице**.

При функционировании предложенной топливос-

берегающей микропроцессорной системы управления нагревом снижение среднего расхода газа  $\Delta V_T$  реально составляет  $\Delta V_T = 365 + 229 + 252 = 846$  м³/ч. Даже частичная реализация предлагаемого топливосберегающего режима позволяет уменьшить расход смешанного газа на 846 м³/ч на одну печь, что в сутки составляет 20300 м³ (142 тыс. руб. в сутки, по ценам 2016 г.).

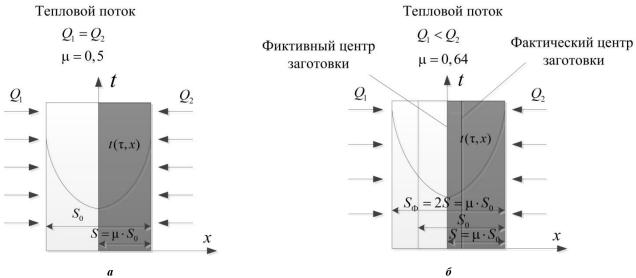


Рис. 1. Нагрев непрерывнолитой слябовой заготовки по толщине: а – при симметричном; б – при несимметричном режиме нагрев

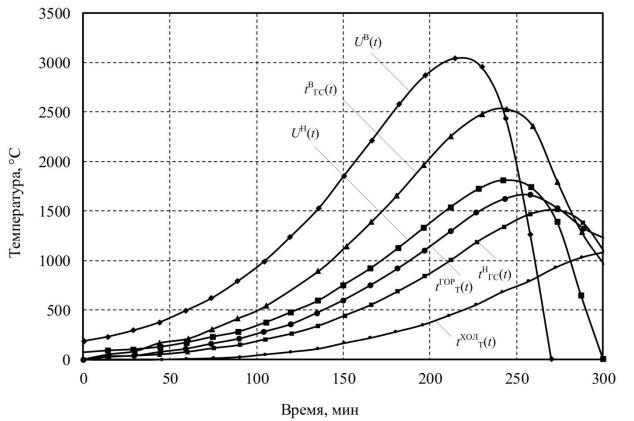


Рис. 2. Расчетная траектория изменения управляющих воздействий и температурных параметров, при T=300 мин (без ограничений)

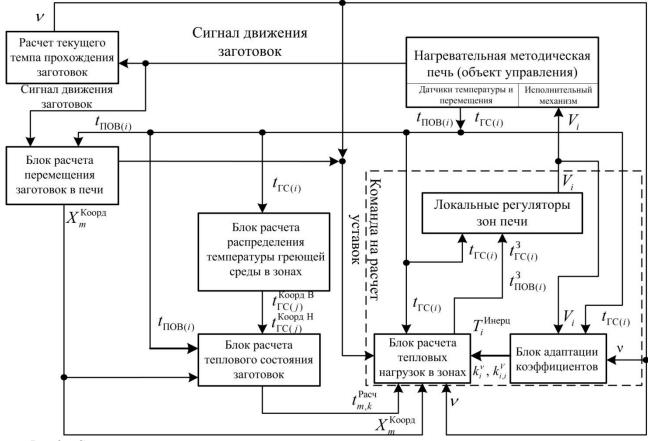


Рис. 3. Структурная схема системы автоматического управления несимметричным нагревом заготовок в методической печи

Результаты хронометража работы печи

1 tojustuisi aponomorpumu puovisi ne m			
Способы управления	Средний расход смешанного газа, м <sup>3</sup> /ч		
тепловым режимом	в 1 зону	в 2 зону	в 3 зону
Существующая система управления	2677	3688	1120
Предложенная система управления	2312	3459	868
Разница (результат)	-365	-229	-252

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предлагаемая топливосберегающая система управления тепловым режимом нагрева металла в методических печах рассчитана на программную реализацию и не требуют значительных капитальных затрат. Все предложенные теоретические технические решения могут быть использованы и на других промышленных печах

### Список литературы

- Генкин А.Л. Проблемы энергосберегающего управления листопрокатным комплексом. Ч.1 // Проблемы управления. 2006. № 6. С.50-54.
- 2. Андреев С.М., Парсункин Б.Н. Оптимизация режимов управления нагревом в печах проходного типа: монография. Магнитогорск: Изд-во Магнитогорск. гос. техн. унта им. Г.И. Носова, 2013. 375 с.
- Генкин А.Л. Информативность энергосиловых параметров при управлении температурно-скоростным режимом горячекатаной полосы // Автоматизация в промышленности. 2009. № 8. С.45-48.

- 4. Тайц Н.Ю. Технология нагрева стали. М.: Металлургиздат, 1962. 557 с.
- 5. Арутюнов В.В., Бухмиров В.В. Математическое моделирование тепловой работы промышленных печей. М.: Металлургия, 1990. 239 с.
- 6. Маковский В.А., Лаврентик Н.Н. Алгоритм управления нагревательными печами. М.: Металлургиздат, 1977. 184 с.
- 7. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1983. 393 с.
- 8. Парсункин Б.Н., Андреев С.М., Жадинский Д.Ю. Исследование энергосберегающего режима нагрева непрерывнолитых заготовок // Сталь. 2007. №4. С.53-56.
- Андреев С.М., Парсункин Б.Н., Нужин Д.В. Автоматизированная система управления топливосберегающим несимметричным нагревом металла перед прокаткой в современных методических печах // Автоматизация и современные технологии. 2010. №1. С. 14-20.
- Банди Б. Методы оптимизации. М.: Радио и связь, 1988.
  122 с

Поступила в редакцию 14 июня 2016 г.

#### INFORMATION IN ENGLISH

AUTOMATED CONTROL SYSTEM OF FUEL SAVING IN ASYMMETRIC HEATING OF CONTINUOUS CAST BILLETS BEFORE ROLLING

## Sergey M. Andreev

Ph.D. (Eng.), Associate Professor, Head of the Department, Automated Control Systems Department, Power Engineering and Automated Systems Institute, Nosov Magnitogorsk State Technical University, Magnitogorsk, Russia. E-mail: andreev.asc@gmail.com.

#### Timur U. Akhmetov

Post-graduate student, Limited Liability Company "ISC". E-mail: MsrTi@mail.ru.

## Dmitriy V. Nuzhin

Post-graduate student, Automated Control Systems Department, Power Engineering and Automated Systems Institute, Nosov Magnitogorsk State Technical University, Magnitogorsk, Russia.

#### Boris N. Parsunkin

D.Sc. (Eng.), Professor, Automated Control Systems Department, Power Engineering and Automated Systems Institute, Nosov Magnitogorsk State Technical University, Magnitogorsk, Russia. E-mail: pksu035@gmail.com.

The article describes the results of theoretical and practical implementation in real industrial conditions of automatic system of fuel-efficient control, which realize the asymmetric mode of heating of continuous cast slab blanks in a continuous furnace in unsteady operating conditions of broadband hot rolling mill. Considering the significant heat losses in lower zones of heating, the system of control realizes depending on real industry situation differentiated distribution of supply of fuel in the upper and lower zones of heating of furnace in proportions 0.8-1.0 depending on the temperature of moving blanks along the length of the furnace. The coefficient of asymmetric distribution of heating loads between upper and lower zones changes from 1.0 at maximum productivity of the furnace (symmetrical heating) up to 0.8 when the productivity of the furnace is 20% of the maximum. The control of fuel-efficient mode of heating in the upper zones is carried out by the surface temperature of the heated metal, which is measured by the optical pyrometer. In the lower zones the control is executed on the temperature of the working space and measured by thermocouples in carborundum protective glasses.

**Keywords:** Fuel saving, asymmetric distribution of fuel, temperature of surface, guaranteed heating, surface temperature of metal.

# REFERENCES

- 1. Genkin A.L., Kudelin A.R. Problems of Energy-saving Control of Sheet Mill. Part 1. *Problemy upravleniya* [Control sciences], 2006, no.6, pp. 50-54. (In Russian).
- Andreev S.M., Parsunkin B.N. Optimizatsiya rezhimov upravleniya nagrevom v pechakh prokhodnogo tipa: monografiya [Optimization of Control Modes of Heating Furnaces Transmission Type. Monograph]. Magnitogorsk,

- Nosov Magnitogorsk State Technical University Publ., 2013, 375 p.
- 3. Genkin A.L. Information Capacity of Power Parameters in Controlling the Temperature and Speed Mode of Hot Strip. *Avtomatizatsiya v promyshlennosti* [Automation in Industry], 2008, no.8, pp.45-48. (In Russian).
- 4. Tayts N.Yu. *Tekhnologiya nagreva stali* [Steel Heating Technology]. Moscow, Metallurgizdat Publ., 1962. 557 p.
- Arutyunov V.V., Bukhmirov V.V., Krupennikov S.A. *Matematicheskoe modelirovanie teplovoy raboty promyshlennykh pechey* [Mathematical Modeling of Thermal Performance of Industrial Furnaces]. Moscow, Metallurgiya Publ., 1990, 239 p.
- Makovskiy V.A., Lavrentik N.N. Algoritm upravleniya nagrevatelnymi pechami [Control Algorithm of Heating Furnaces]. Moscow, Metallurgizdat Publ., 1977, 184 p.
- Pontryagin L.S., Boltyanskiy V.G., Gapkrelidze R.V. *Matematicheskaya teoriya optimalnykh protsessov* [Mathematical Theory of Optimal Processes]. Moscow, Nauka Publ., 1969, 393 p.
- 8. Parsunkin B.N., Andreev S.M., Investigation of Energy-efficient Heating Mode of Cast Billets. *Stal* [Steel], 2007, no.4, pp.53-56. (In Russian).
- 9. Andreev S.M., Parsunkin B.N., Nuzhin D.V. Automatic Control System of Fuel-efficient Asymmetrical Metal Heating before Rolling in Contemporary Methodological Furnaces. *Avtomatizatsiya i sovremennye tekhnologii* [Automation and modern technology], 2010, no.1, pp.14-20. (In Russian).
- 10. Bandy B. *Metody optimizasii* [Optimization methods], 1988, 122 p.