

Падалко Д.А.

ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский Томский политехнический университет»

## ЯВЛЕНИЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО РЕЗОНАНСА В АСИНХРОННЫХ ГЕНЕРАТОРАХ

Раскрыты особенности работы асинхронного генератора. Исследован параметрический резонанс как причина возбуждения асинхронного генератора (АГ). Исследование выполнено путем математического описания и моделирования в среде визуального программирования Simulink пакета прикладных программ MATLAB. На основании проведенных исследований было подтверждено, что остаточная намагниченность не является обязательным фактором для перехода асинхронной машины в генераторный режим работы. Проведена оценка условий генерирования электроэнергии по частотным характеристикам схемы замещения АГ. Рассмотрено явление возбуждения АГ как параметрический резонанс.

**Ключевые слова:** параметрический резонанс, асинхронный генератор, условия самовозбуждения, частотные характеристики, математическое моделирование.

## ВВЕДЕНИЕ

Исследованию асинхронных генераторов (АГ) посвящено большое количество работ как в зарубежной, так и в отечественной литературе. Большое внимание в исследовании АГ уделяется явлению самовозбуждения и раскрытию природы его физического процесса, где прослеживаются три основных трактовки: классическая – основанная на явлении остаточной намагниченности, классического резонанса и параметрического резонанса [1-4].

Классическая трактовка самовозбуждения АГ основывается на явлении остаточного намагничивания, сопоставляя процесс возбуждения АГ с процессом в генераторе постоянного тока параллельного возбуждения, где остаточный магнитный поток ротора при этом является первоначальным импульсом для начала процесса самовозбуждения. При такой трактовке остаточный поток ротора создает синхронное вращающееся магнитное поле статора, что противоречит теории энергетического преобразования в асинхронной машине, согласно которой скорость поля должна быть отлична от скорости ротора.

Как подтверждение вышеуказанного противоречия, А.В. Нетушил описывает эксперимент самовозбуждения АГ без остаточной намагниченности  $\Phi_{ост} = 0$ . В отмеченном эксперименте АГ возбуждался при гладком немагнитном роторе и не возбуждался при значительном остаточном намагничивании [5]. В работе утверждается, что остаточная намагниченность не является обязательным фактором для самовозбуждения АГ. Остаточный магнитный поток в значительной мере способствует процессу генерирования электроэнергии и позволяет существенно уменьшить требуемую для возбуждения энергию, вносимую в колебательный контур.

Следующая трактовка пыталась связать самовозбуждение с резонансом в индуктивно-емкостном контуре линейной цепи, для возникновения которого требуется наличие независимой возбуждающей ЭДС, работающей на резонансной частоте:

$$f_{рез} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C}}, \quad (1)$$

где  $L$  – индуктивность АГ;  $C$  – емкость на зажимах АГ.

Однако даже при отсутствии вынуждающей электродвижущей силы наблюдался процесс самовозбуждения АГ, что показывало ошибочность данного суждения.

Наиболее вероятно трактовка самовозбуждения как явления параметрического резонанса – колебательного процесса, вызываемого модуляцией какого-либо из параметров, принимающего нарастающий характер. Параметрический резонанс проявляется наиболее сильно при скачкообразном изменении реактивных элементов, при этом возможна как вариация отдельно индуктивности или емкости, так и их совместный скачок [6]. Для данного вида резонанса не требуется постоянный источник энергии, необходимо лишь присутствие небольшого количества первичной энергии. При этом глубина модуляции параметра влияет на эффективность вложенной энергии [7].

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В случае математического представления параметрического резонанса в АГ, работающем на нагрузку, возникают характерные трудности, связанные с высокими требованиями к вычислительным ресурсам. В [5, 8] были попытки описать данный процесс, но лишь при работе на холостом ходу, в связи с ограниченной на тот момент вычислительной мощностью техники, т.к. при индуктивно-активной нагрузке математические выражения становятся слишком громоздкими для их интерпретации. В качестве исследования трактовки резонанса было решено выполнить математическое описание АГ с батареей конденсаторов и произвести проверку полученного решения в пакете прикладных программ MATLAB – Simulink. Данный подход позволяет определить первопричины явления генерирования электроэнергии в асинхронных машинах и выявить значимость факторов. Произведена попытка полного математического описания частного случая резонанса в АГ и его качественного анализа с помощью максимально простого математического аппарата. Найдены выражения передаточной функции и полного сопротивления АГ из схемы замещения при работе на нагрузку.

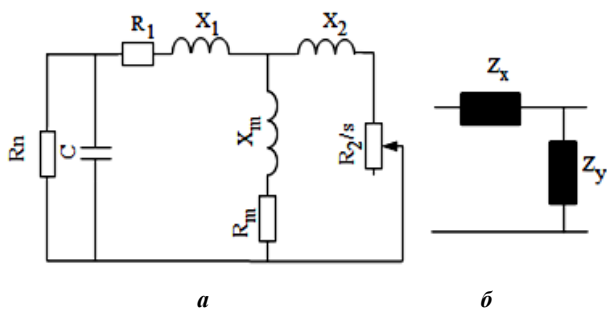
## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ

В АГ параметрами, изменение которых может привести к параметрическому резонансу, являются параметры цепи намагничивания. Полная индуктивность АГ зависит от взаимоположения  $\alpha$  и потокоцепления статора и ротора. Таким образом, величина  $L_{AG}(\alpha)$  может изменяться в некотором диапазоне. Для возникновения резонанса в цепи  $L_{AG}(\alpha) - C$  необходимо некоторое внешнее воздействие. В качестве первичного источника энергии, дающего возможность для генерирования электроэнергии, может выступать как внешняя флуктуация, так и целенаправленный ввод возмущений в цепь. При использовании полупроводниковой техники возмущающим воздействием может послужить импульс напряжения. Как известно, спектр импульсного сигнала содержит бесконечное число гармоник. Из изложенного следует, что в импульсном сигнале однозначно имеется резонансная частота для индуктивно-емкостного контура, но для генерирования электроэнергии недостаточно самого факта присутствия гармоники необходимой частоты. Кроме этого, резонанс при данной частоте должен быть устойчив. Устойчивость процесса генерирования электроэнергии обусловлена энергией, накопленной реактивными элементами цепи, причем величина вносимой в контур энергии должна превосходить расходуемое значение, а поступление энергии должно происходить одновременно с ее расходом. Таким образом, должны выполняться условия баланса амплитуд и баланса фаз.

В работах [5, 9] при исследовании самовозбуждения АГ было выявлено, что самовозбуждение возможно, если среди корней уравнений найдутся корни с положительной вещественной частью. Данное заключение было положено в основу выполняемой работы.

Математическое описание АГ и моделирование выполнено в соответствии со схемой **рис. 1, а**. Параметры схемы замещения были найдены по алгоритму, предложенному в работе [10] для электрических машин средней мощности с учетом рекомендаций [11, 12]. Значения параметров асинхронного генератора, принятые в данной работе, представлены в **таблице**.

Мощность $P_1$ , кВт	15
$R_s$ , Ом	0,2761
$R_r$ , Ом	0,1645
$L_s = L_r$ , Гн	0,00219
$R_m$	0
$L_m$ , Гн	0,07614
$C$ , мкФ	400



**Рис. 1.** Схема замещения АГ, работающего на активную нагрузку с емкостным возбуждением: а – исходная; б – преобразованная

Описание электромеханических процессов АГ с конденсаторным возбуждением выполнено при общепринятых допущениях:

- электрическая машина идеализирована: в равномерном воздушном зазоре имеем круговое поле, высшие гармоники отсутствуют, машина ненасыщенна и фазные обмотки полностью симметричны и обладают одинаковыми параметрами, пренебрегаем потерями в стали и т.д.;
- приводной двигатель имеет «бесконечно большую» мощность и постоянную скорость вращения;
- на процесс возбуждения оказывают влияние реактивные элементы – индуктивные сопротивления цепи намагничивания, рассеяния статора  $X_{\sigma 1}$  и полного сопротивления нагрузки  $Z_n$ , емкостное сопротивление возбуждающих конденсаторов  $X_C$ ;
- нагрузка генератора значительно ниже критического значения.

Для получения передаточной функции и входного сопротивления приведем схему, изображенную на **рис. 1, а**, к виду на **рис. 1, б**, где  $Z_x$  и  $Z_y$  определяются выражениями:

$$Z_x = R_2 / s(R_n) + j\omega L_2, \quad (2)$$

$$Z_y = \frac{(R_m + jL_m \omega) \left( R_1 + \frac{R_n}{jC\omega \cdot (R_n - \frac{j}{C\omega})} + jL_1 \omega \right)}{R_m + R_1 + jL_m \omega + \frac{R_n}{jC\omega \cdot (R_n - \frac{j}{C\omega})} + jL_1 \omega}. \quad (3)$$

Для повышения точности требуется учитывать функцию скольжения генератора  $s(R_n)$  от величины нагрузки. Данная корреляция была определена из обратной зависимости полного сопротивления нагрузки  $Z_n(s)$  от скольжения, представленной в работе [13]. Полученная функция

$$s(R_n) = - \frac{R_2 \left( R_n - \sqrt{R_n^2 - 4X_s^2 \cos \varphi + 2R_1 \cos \varphi} \right)}{2 \left( \cos \varphi \cdot R_1^2 + R_n R_1 + \cos \varphi X_s^2 \right)}, \quad (4)$$

где  $X_s$  – суммарное сопротивление рассеяния рабочей цепи.

Для исследования процессов требуется оценить частотные характеристики, по которым возможно не только определить резонансную частоту, но и описать поведение схемы в частотном диапазоне. Для этого были построены частотные характеристики реальной и мнимой частей, амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ) входного сопротивления и передаточная функция. Пересечение АФЧХ с мнимой осью соответствует условию резонанса – условию баланса фаз. В этих точках пересечения фазовый сдвиг  $\varphi = \arctan(\text{Im}/\text{Re}) = 0^\circ$ , а это, в свою очередь, означает, что вносимая в контур и накопленная энергия синфазны, т.е. расход и поступление энергии происходит одновременно.

Расчёт действительной, мнимой части входного сопротивления и передаточной функции АГ, работающего на индуктивно-активную нагрузку, требует

большой вычислительной мощности и значительного времени вычисления. При этом расчет схемы в режиме холостого хода не представляет никаких трудностей. В связи с этим для получения требуемых выражений при работе АГ на нагрузку приходится пренебрегать значениями активного сопротивления статора и цепи намагничивания в представленной схеме замещения АД. Стоит отметить, что данное упрощение не вносит существенную погрешность в найденный результат.

В качестве примера, показывающего громоздкость полученных выражений, приведем выражения входного сопротивления и передаточной функции. Данные уравнения получены при указанных выше упрощениях модели.

$$Z_{vh} = Z_x + Z_y = R_2/S_k + X_2 i - \frac{(R_m + X_m i)(R_n X_c - R_n X_1 + X_1 X_c i)i}{R_n (R_m - i(X_c + X_m + X_1)) - X_c (R_m i + X_1 + X_m)} \quad (5)$$

$$W_{per} = Z_y / Z_{vh} \quad (6)$$

Действительные и мнимые части приведенных выражений  $Z_{vh}$  и  $W_{per}$  представляют собой гораздо более сложные полиномы высокого порядка, из-за чего не представлены в данной работе. Графики этих частотных характеристик представлены на рис. 2, 3.

Из полученных характеристик  $Z_{vh}$  (см. рис. 2) следует, что условие баланса фаз будет выполняться в окрестностях двух точек пересечения с мнимой осью. Первая точка пересечения с координатами (103;0) получена на частоте  $f_1 = 28$  Гц. Вторая точка пересечения с координатами (13,8;0) – на частоте  $f_2 = 127$  Гц. По зависимости действительной части входного сопротивления видно, что происходит резонанс второго рода, так как колебания сначала нарастают быстрее, затем медленнее. Стоит отметить, что в окрестности первой точки, кроме минимума мнимой части, наблюдается максимум действительной части входного сопротивления, при этом данные значения тем ближе, чем больший вклад вносит емкостная составляющая.

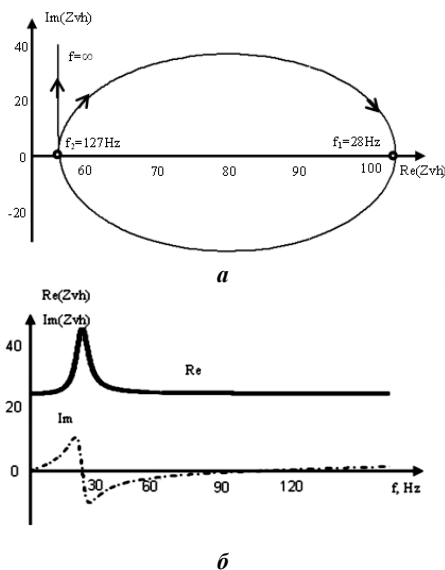


Рис. 2. Частотные характеристики  $Z_{vh}$ :  
а – АФЧХ полного входного сопротивления;  
б – действительной и мнимой части

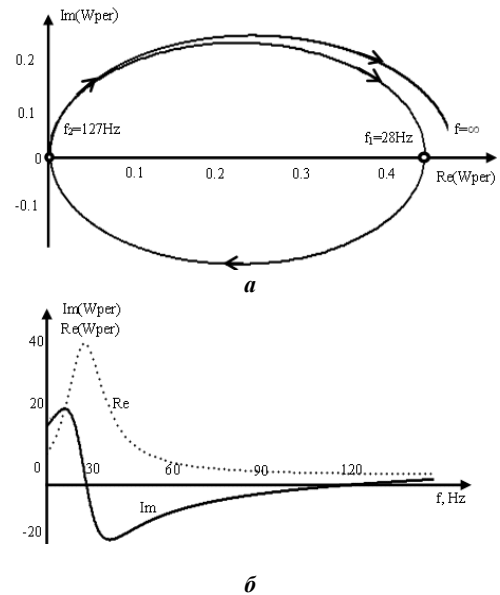


Рис. 3. Частотные характеристики  $W_{per}$ :  
а – АФЧХ полного входного сопротивления;  
б – действительная и мнимая часть  $Z_{vx}$

По характеристикам передаточной функции  $W_{per}$  (см. рис. 3) получаем аналогичный результат: имеются две точки пересечения на частотах 28 и 127 Гц. Помимо этого, пересечение действительной и мнимой части происходит вблизи точки перегиба, что характерно для процесса резонанса.

Для определения выражений резонансных частот был исследован знаменатель мнимой части входного сопротивления и передаточной функции. Несмотря на то, что знаменатель  $\text{Im}(Z_{vh})$  и  $\text{Im}(W_{per})$  представляет собой полином с большим количеством высокостепенных слагаемых, окончательные выражения частот точек пересечения с мнимой осью имеют следующий вид:

$$f_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{C \cdot L_m}}, \quad (7)$$

$$f_2 = \frac{1 + \frac{L_1 + L_2}{L_m}}{2\pi\sqrt{C(L_1 + L_2)}}.$$

Из этих выражений можно сделать вывод о том, что резонанс в первой точке пересечения определяется индуктивным сопротивлением намагничивающего контура, а во второй точке определяется индуктивными сопротивлениями рассеяния статора и ротора. Полученные результаты позволяют не только определить частоту возникновения резонанса в АГ, но и полно описать происходящие физическо-математические процессы при варьировании сопротивления нагрузки.

#### ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ РЕЗОНАНС

Для возникновения любого вида резонанса необходимо присутствие колебаний определенной частоты, но параметрический резонанс не нуждается во внешнем источнике переменного сигнала. Появление синусоидального сигнала требуемой гармоники объясняется простым физическим явлением. Как известно, в индуктивно-емкостном контуре происходит свободный

процесс перекачивания запасённой энергии из емкости в индуктивность и наоборот, при этом часть электромагнитной энергии расходуется в активном сопротивлении, преобразуясь в тепло. Присутствием потерь объясняется затухающий закон изменения тока (8) и напряжения, частота которых соответствует собственным колебаниям.

$$i = I_m e^{-Kt} \cos(\omega_c t), \quad (8)$$

где  $\omega_c$  – частота свободных колебаний;  $K$  – коэффициент затухания.

При условии статичного контура процесс колебаний всегда несет затухающий характер. Если же реактивные элементы изменяются во времени по периодическим законам, то колебания могут быть как нарастающими, так и затухающими в зависимости от коэффициента затухания, определяемого активным сопротивлением. Явление параметрического резонанса зависит от глубины модуляции реактивных элементов, наиболее сильное проявление происходит при скачкообразном изменении емкости или индуктивности.

Из математического анализа были получены условия возникновения параметрического резонанса, изменение индуктивности или емкости должно быть больше величины обратно пропорциональной добротности [7]:

$$\frac{\Delta C}{C} > \frac{\pi}{Q}, \quad \frac{\Delta L}{L} > \frac{\pi}{Q}. \quad (9)$$

Применим приведенные выкладки к асинхронному генератору с емкостным возбуждением при работе на холостом ходу. Данный режим работы соответствует первой точке, где мнимая часть  $\text{Im}(W_{\text{пер}})$  равна нулю. Для этого используем схему, приведенную на **рис. 4**, параметры модели приняты из **таблицы**. В качестве первичного источника энергии может выступать заряженный конденсатор.

Для уменьшения значения индуктивности  $L_m$  на 20% требуется коммутация в четыре раза большей индуктивностью  $L_{m2}$ . Уменьшение индуктивности должно происходить при максимальной запасенной энергии. Возможно несколько вариантов коммутации индуктивности: два и четыре раза за период (**рис. 5**). В каждом из вариантов энергия в контуре будет увеличиваться два раза за период, в момент максимума индуктивной энергии за счет уменьшения величины самой индуктивности. В точках, где энергия равна нулю, изменение индуктивности не вносит энергии в контур, а лишь создает возможность для большего ее накопления через четверть периода.

При выполнении вышеуказанных условий получим результат, представленный на **рис. 6**.

Как видно, происходит увеличение амплитуды напряжения. Прирост энергии будет происходить до момента равенства энергий, вкладываемой за период и преобразующейся в тепло. Частота полученного синусоидального сигнала определяется выражением (7) для первой точки пересечения АФЧХ с мнимой осью. Таким образом, полученные математические выражения подтверждаются выполненным моделированием в среде MATLAB Simulink.

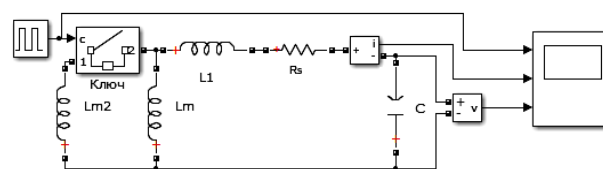


Рис. 4. Модель схемы замещения АГ с емкостным возбуждением при холостом ходу

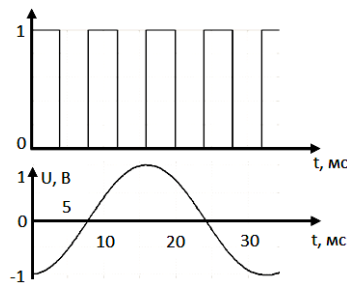


Рис. 5. Графики зависимости от времени переключения ключа и напряжения на конденсаторе

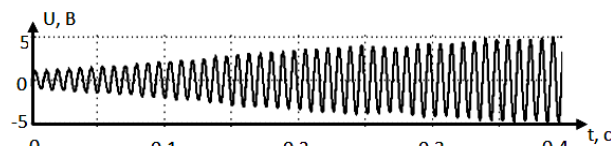


Рис. 6. График зависимости от времени напряжения при параметрическом резонансе

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные теоретические исследования демонстрируют, что возбуждение АГ асинхронного генератора можно трактовать как резонансное явление.

Однако присутствие остаточной намагниченности может значительно упростить процесс самовозбуждения, повысив его устойчивость путем внесения в контур дополнительной энергии. Впервые было найдено полное математическое описание резонанса, происходящего в АГ с емкостным возбуждением, определены уравнения действительной и мнимой частей полного сопротивления и передаточной функции асинхронного генератора, работающего на нагрузку.

Используя результаты моделирования, можно сделать следующие выводы: в контуре  $L$ - $C$  возникает синусоидальное напряжение, частота которого соответствует частоте собственных колебаний; при достаточной глубине модуляции колебания могут иметь нарастающий характер; скорость нарастания колебаний и предельная величина будут определяться частотой изменения реактивного элемента и неравенства (9).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Новиков А.В., Кюрегян С.Г. Емкостное самовозбуждение асинхронного генератора // Изв. вузов. Электромеханика. 1967. №2. С.173-179.
- Джэндубаев А.-З.Р., Математическое моделирование асинхронного вентильного генератора // Электричество. 2003. №4. С.47-51.
- Dong Wang, Weiming Ma, Member, Fei Xiao, Botao Zhang, Dezhi Liu, An Hu A Novel Stand-Alone Dual Stator-Winding Induction Generator With Static Excitation Regulation // IEEE Transactions on Energy Conversion, vol.20, no.4, December 2005.
- Garganeev A.G., Padalko D.A. Principles of electric power

- generation based on the self-excited electrical machines using the perspectives of the automatic control theory [Electronic resources] // Micro/Nanotechnologies and Electron Devices (EDM) : 14th International Conference of Young Specialists, 1-5 July 2013, Novosibirsk. [S.l.]: IEEE, 2013, pp. 319-321.
5. Нетушил А.В., Бояр-Соконович С.П., Китаев А.В. Само-возбуждение асинхронного генератора // Изв. вузов. Электромеханика. 1981. №6. С.613-617.
  6. Падалко Д.А. Методология способов анализа электромеханических систем // Вестник Кузбасского государственного технического университета: научно-технический журнал. 2016. №1. С. 104-110.
  7. Бирюк Н.Д., Нечаев Ю.Б., Финько В.Н. Физическое толкование параметрического резонанса // Вестник ВГУ: Физика, Математика. 2005. №1. С.20-25.
  8. Мишин В.И., Каплун В.В., Макаревич С.С. Асинхронный

- электромеханический комплекс в автономной системе // Электротехника и электромеханика. 2008. №1. С.30-35.
9. Беспалов В.Л., Алиев И.И., Клоков Ю.Б. Асинхронный генератор с гарантированным самовозбуждением // Электричество. 1997. №7. С.43-45.
  10. Макеев М.С., Кувшинов А.А. Алгоритм расчета параметров схемы замещения асинхронного двигателя по каталожным данным // Вектор Науки ТГУ. 2013. №1(23). С.108-112.
  11. Вольдек А.И. Электрические машины. Л.: Энергия, 1974. 640 с.
  12. Асинхронные двигатели серии 4А: справ. М.: Энергоиздат, 1982. 503 с.
  13. Лищенко А.И., Лесник В.А. Асинхронные машины с массивным ферромагнитным ротором. Киев: Наукова думка, 1984. 168 с.

Поступила в редакцию 13 апреля 2016 г.

## INFORMATION IN ENGLISH

### PHENOMENON OF PARAMETRIC RESONANCE IN INDUCTION GENERATORS

Dmitriy A. Padalko

Post-graduate student, Teaching Assistant, Department of Electromechanical Plants and Materials, National Research Tomsk Polytechnic University, Tomsk, Russia. E-mail: padalko.da@gmail.com.

Operation features of an induction generator are revealed in the paper. Parametric resonance as a cause of induction generator excitation is investigated. The study was performed by the mathematical description and modeling in the block diagram environment Simulink pack of MatLab software application. It was confirmed on the basis of the studies that residual magnetization is not a mandatory factor for the transition of the induction machine in the generator mode. The power generation conditions are estimated on the frequency characteristics of the induction generator equivalent circuit.

**Keywords:** Parametric resonance, induction generator, self-excitation conditions, frequency characteristics, mathematical modeling.

#### REFERENCES

1. Novikov A.V., Kyureghyan S.G. Capacitive Self-excitation of Induction Generator. *Izv. vuzov. Elektromekhanika* [Bulletin of higher education. Electromechanics]. 1967, no.2, pp.173-179. (in Russian).
2. Dzhendubaev A.-Z.R., Mathematical Modeling of Alternator. *Elektrichestvo* [Electricity]. 2003, no.4, pp.47-51. (in Russian).
3. Dong Wang, Weiming Ma, Member, Fei Xiao, Botao Zhang, Dezhi Liu, An Hu A Novel Stand-Alone Dual Stator-Winding Induction Generator With Static Excitation Regulation. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol.20, no.4, December 2005.
4. Garganeev A.G., Padalko D.A. Principles of electric power generation based on the self-excited electrical machines using the perspectives of the automatic control theory [Electronic resources]. Micro/Nanotechnologies and Electron Devices (EDM), 14th International Conference of Young Specialists, 1-5 July 2013, Novosibirsk. [S.l.]: IEEE, 2013, pp. 319-321.

5. Netushil A.V., Boyar-Sozonovich S.P., Kitaev A.V. Self-excitation of Induction Generator. *Izv. vuzov. Elektromekhanika* [Bulletin of higher education. Electromechanics]. 1981, no. 6, pp. 613-617. (in Russian).
6. Padalko D.A., Methodology of electromechanical system analysis. *Vestnik Kuzbasskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta: nauchno-tekhnicheskii zhurnal* [Vestnik of the Kuzbass State Technical University: Science and Technology Journal]. 2016, no.1, pp.104-110. (in Russian).
7. Biryuk N.D., Nechayev Y.B., Finko V.N. Physical Interpretation of Parametric Resonance. *Vestnik VGU: Fizika, Matematika* [Bulletin of Voronezh State University: Physics, Mathematics]. 2005, no.1, pp.20-25. (in Russian).
8. Mishin V.I., Kaplun V.V., Makarevich S.S. Asynchronous Electromechanical Complex in Autonomous System. *Elektrotekhnika i elektromekhanika* [Electrical engineering and electromechanics]. 2008. no.1 pp. 30-35. (in Russian).
9. Bespalov V.L., Aliev I.I., Klovok Yu.B. Induction Generator with Guaranteed Self-excitation. *Elektrichestvo* [Electricity]. 1997. no.7. pp.43-45. (in Russian).
10. Makeev M.S., Jars A.A. Algorithm for Calculating of Induction Motor Equivalent Circuit Parameters by Catalog Data. *Vektor Nauki TGU* [TSU Science Vector]. 2013, no.1(23), pp.108-112. (in Russian).
11. Voldek A.I. *Elektricheskie mashiny* [Electrical machines]. Leningrad, Energy Publ., 1974. 640 p.
12. *Asinkhronnye dvigateli serii 4A: spravochnik* [4A Induction motors: handbook]. Moscow, Energoizdat Publ., 1982. 503 p.
13. Lischenko A.I., Lesnik V.A. *Asinkhronnye mashiny s massivnym ferromagnitnym rotorom* [Asynchronous Machines with Massive Ferromagnetic Rotor]. Kiev, Naukova Dumka Publ., 1984. 168 p.