

## НЕКОТОРЫЕ СПОСОБЫ РЕГУЛИРОВКИ ВЫХОДНЫХ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРОПРИВОДА С ВЕНТИЛЬНЫМ ДВИГАТЕЛЕМ ПРИ ВЕКТОРНОМ УПРАВЛЕНИИ

В данной работе предлагается синтез нового метода регулировки параметров привода, который позволит упростить задачу векторного управления вентильным двигателем. Структурой решения данной проблемы является рассмотрение исследуемого электропривода как сложного составного объекта, получение математической модели объекта и определение задач из структуры, необходимых для решения проблемы. В ходе работы были получены аналитические выражения динамической модели электропривода, получены выражения, описывающие работу привода в псевдостатическом режиме, также точные аналитические выражения для определенного оптимального режима: максимальная скорость при известном моменте сопротивления, предложены методы использования. Проведено компьютерное моделирование синхронного двигателя с постоянными магнитами в режиме вентильного двигателя, получены соответствующие графики процессов.

**Ключевые слова:** вентильный двигатель, синхронный двигатель с постоянными магнитами, динамическая модель, оптимальный угол коммутации, максимальная скорость под нагрузкой.

### ВВЕДЕНИЕ

Оптимальные режимы работы вентильных двигателей на основе синхронных двигателей с постоянными магнитами являются приоритетной задачей теории электропривода. Цель выполненной работы – получение точного аналитического выражения для оптимального угла коммутации при режиме максимальной скорости.

Решение поставленной задачи заключается в определении необходимой математической модели синхронного двигателя с возбуждением от постоянных магнитов. Далее аналитическое определение исследуемых характеристик привода в зависимости от угла коммутации, проведение компьютерного моделирования исследуемого электропривода с целью подтверждения результатов исследования. Причём, в отличие от широко распространённых методов векторного управления путём автономного регулирования токов по осям d и q, требующих привлечения значительных вычислительных ресурсов [2-4], управление предлагается осуществлять путём регулирования угла коммутации  $\theta$  [5, 10], которое при наличии датчика углового положения ротора реализуется простейшими средствами.

### ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЕНТИЛЬНОГО ДВИГАТЕЛЯ

Математическая модель двигателя была создана для синхронного двигателя с неявнополюсной двухфазной однополюсной статорной обмоткой и постоянными магнитами на роторе и идеализированным синусоидальным управлением. За основу была взята модель с описанием физических обмоток как распределённых токовых слоев, позволяющих получить вращающееся синусоидально распределённое в пространстве магнитное поле статора. На математическую модель накладываются следующие ограничения: скорость распространения фронта электромагнитных волн считается бесконечной, магнитная проницаемость магнитопровода тоже считается бесконечной, отношение внутреннего радиуса статора к радиусу ротора равно единице, неучтены магнитные и электрические поля высших порядков, а также явление гистерезиса и вихревых

токов, симметричности электрической машины [1].

После всех предварительных преобразований из физической модели, основанной на величинах электродинамики, была получена модель в системе отсчета вращающегося ротора, используя величины теории электрических цепей [8]:

$$\begin{cases} \frac{3}{2}u \cos(\theta) = R^s i_q^s + L^s \frac{di_q^s}{dt} + L^s i_d^s \omega(t) + \frac{3}{2} \kappa \omega(t); \\ -\frac{3}{2}u \sin(\theta) = R^s i_d^s + L^s \frac{di_d^s}{dt} - L^s i_q^s \omega(t); \\ M_c = M_{эм} - J^r \frac{d\omega(t)}{dt}; \\ \frac{M_{эм}}{\kappa} = i_q^s, \end{cases} \quad (1)$$

где  $u$ ,  $i^s$  – амплитуды напряжений и токов системы питания статора в системе отсчета статора, для трехфазной машины;  $i_q^s$ ,  $i_d^s$  – токи статорных обмоток эквивалентного двухфазного двигателя в системе отсчета ротора dq;  $R^s$  – активные сопротивления фазных обмоток двигателя;  $L^s$  – полная индуктивность обмотки фазы;  $M$  – механический момент, создаваемый двигателем без нагрузки на валу;  $M_{эм}$  – электромагнитный момент двигателя;  $J^r$  – момент инерции ротора двигателя;  $\kappa$  – коэффициент пропорциональности потокосцепления и ЭДС.

Давайте преобразуем и упростим систему уравнений (1) к значениям в относительных единицах, для этого запишем систему обозначений безразмерных величин:

$$\begin{cases} \gamma = \frac{u}{1,5u_H}; \quad \bar{i}_q^s = \frac{i_q^s R^s}{1,5u_H}; \quad \bar{i}_d^s = \frac{i_d^s R^s}{1,5u_H}; \quad \tau = t\omega_H; \\ \tau_\omega = \frac{L^s}{R^s} \omega_H; \quad \omega_H = \frac{u_H}{\kappa}; \quad \varepsilon = \frac{\omega}{\omega_H}; \\ \mu_{эм} = \frac{M_{эм}}{M_\Pi}; \quad \mu_c = \frac{M_c}{M_\Pi}; \quad M_\Pi = \frac{1,5u_H \kappa}{R^s}; \quad \tau_m = \frac{J^r R^s}{1,5u_H \kappa}, \end{cases} \quad (2)$$

где  $\gamma$  – относительное напряжения статора эквивалентного двухфазного двигателя в системе отсчета ротора dq;  $\bar{i}_q^s$  – приведенный ток обмотки q эквивалентного

двухфазного двигателя в системе отсчета ротора  $dq$ ;  $\bar{\varepsilon}$  – относительная скорость вращения ротора;  $\bar{i}_d^s$  – приведенный ток обмотки  $d$  эквивалентного двухфазного двигателя в системе отсчета ротора  $dq$ ;  $\tau$  – безразмерное время;  $\tau_\gamma$  – электромагнитная постоянная времени электродвигателя;  $\omega_n$  – эквивалентная частота;  $\tau_m$  – механическая постоянная времени электродвигателя;  $\mu_{эм}$  – относительный электромагнитный момент эквивалентного двухфазного двигателя в системе отсчета ротора  $dq$ ;  $\mu_c$  – относительный момент сопротивления на валу эквивалентного двухфазного двигателя в системе отсчета ротора  $dq$ ;  $M_n$  – приведенный момент.

Преобразованная система (1) с помощью обозначений (2) приводит к выражению в домене Лапласа:

$$\begin{cases} \gamma \cos(\theta) = \bar{i}_d^s + \tau_\gamma \bar{i}_d^s p + \tau_\gamma \bar{i}_d^s \bar{\varepsilon} + \bar{\varepsilon}; \\ -\gamma \sin(\theta) = \bar{i}_d^s + \tau_\gamma \bar{i}_d^s p - \tau_\gamma \bar{i}_q^s \bar{\varepsilon}; \\ \tau_m \frac{d\bar{\varepsilon}}{d\tau} = \mu_{эм} - \mu_c; \\ \mu_{эм} = \bar{i}_q^s. \end{cases} \quad (3)$$

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО УГЛА НАГРУЗКИ $\theta$

Используя систему (3) в условиях установившихся процессов, выразим значения приведенных токов  $\bar{i}_q^s, \bar{i}_d^s$ :

$$\begin{cases} \bar{i}_d^s = \frac{\tau_\gamma \bar{\varepsilon} \gamma \cos(\theta) - \gamma \sin(\theta) - \tau_\gamma \bar{\varepsilon}^2}{1 + \tau_\gamma^2 \omega^2(\tau)}; \\ \bar{i}_q^s = \frac{\gamma \cos(\theta) + \tau_\gamma \bar{\varepsilon} \gamma \sin(\theta) - \bar{\varepsilon}}{1 + \tau_\gamma^2 \bar{\varepsilon}^2}. \end{cases} \quad (4)$$

Определим угол  $\theta$ , при котором наблюдается максимальная скорость вращения ротора вентильного электропривода при некоем известном моменте  $\mu_c$ . Воспользовавшись четвертой и третьей строкой выражения (3) и выражением (4), найдем выражение скорости для установившихся процессов при условии  $\mu_{эм} = \mu_c$ .

$$\mu_{эм} = \mu_c = \frac{\gamma \cos(\theta) + \tau_\gamma \bar{\varepsilon} \gamma \sin(\theta) - \bar{\varepsilon}}{1 + \tau_\gamma^2 \bar{\varepsilon}^2}. \quad (6)$$

Выразим  $\bar{\varepsilon}$  из выражения (6) и получим

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon} = & \frac{(\tau_\gamma \gamma \sin(\theta) - 1)}{2\mu_c \tau_\gamma^2} \pm \\ & \pm \frac{\sqrt{(\tau_\gamma \gamma \sin(\theta) - 1)^2 - 4\mu_c \tau_\gamma^2 (\mu_c - \gamma \cos(\theta))}}{2\mu_c \tau_\gamma^2}. \end{aligned} \quad (7)$$

Возьмем производную  $\bar{\varepsilon}$  (7) по углу  $\theta$  при условии экстремума и получим.

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{\varepsilon}}{d\theta} = 0 = & \tau_\gamma \gamma \cos(\theta) \pm \\ & \pm \frac{2\tau_\gamma \gamma \cos(\theta) (\tau_\gamma \gamma \sin(\theta) - 1) - 4\mu_c \tau_\gamma^2 \gamma \sin(\theta)}{2\sqrt{(\tau_\gamma \gamma \sin(\theta) - 1)^2 - 4\mu_c \tau_\gamma^2 (\mu_c - \gamma \cos(\theta))}}. \end{aligned} \quad (8)$$

Раскроем и упростим выражение (8), приведя к выражению вида

$$\sin(\theta) + \frac{\mu_c \tau_\gamma}{\cos(\theta)} = \tau_\gamma \gamma. \quad (9)$$

Данное выражение (9) решается аналитически с заменой  $\lambda = \cos(\theta)$  и приводится к выражению

$$(\mu_c \tau_\gamma^2) - (2\mu_c \gamma \tau_\gamma^2) \lambda + (\tau_\gamma^2 \gamma^2 - 1) \lambda^2 + \lambda^4 = 0. \quad (10)$$

Данное уравнение (10) решается методом Феррари-Кардано [7]. В целях экономии места, мы запишем сразу решение уравнения (10), для этого введем необходимые сокращения.

$$\begin{cases} A' = \tau_\gamma^2 \gamma^2 - 1; \\ B' = A'^3/27 + 2D'\sqrt{3}/9 + 4\mu_c^2 \tau_\gamma^2 A'/3 + 2\mu_c^2 \tau_\gamma^4 \gamma; \\ C' = \sqrt{9B'^{2/3} - 6A'B'^{1/3} + 12\mu_c^2 \tau_\gamma^2 + A'^2}; \\ D' = \sqrt{27\mu_c^4 \tau_\gamma^8 \gamma^4 - 16\mu_c^6 \tau_\gamma^6 - \mu_c^2 \tau_\gamma^2 A'^4 + 8\mu_c^4 \tau_\gamma^4 A'^2 - 36\mu_c^4 \tau_\gamma^6 \gamma^2 A' + \mu_c^2 \tau_\gamma^4 \gamma^2 A'^3}; \\ E' = \sqrt{A'^3 + 6\sqrt{3}D' - 36\mu_c^2 \tau_\gamma^2 A' + 54\mu_c^2 \tau_\gamma^4 \gamma^2}; \\ F' = -A'^2 C' - 9C' B'^{2/3} - 12A' C' B'^{1/3} - 12\mu_c^2 \tau_\gamma^2 C'; \\ f = -\sin(\pi\nu/2 - \pi/4); \\ g = \cos(\pi\nu). \end{cases} \quad (11)$$

Получим решение уравнения (10) в виде

$$\theta_{\max} = \arccos \left[ \frac{\text{sign}(f)C}{6B^{1/6}} + \frac{\sqrt{F + \text{sign}(f)6\sqrt{12}\mu_c\tau_\gamma^2\gamma E}}{\text{sign}(g)6\sqrt{CB^{1/6}}} \right] + \pi\zeta, \quad \zeta \in Z, \quad (12)$$

где  $\nu$  – порядковый номер решения, и принимает значения 1, 2, 3, 4.

Также необходимо заметить, что для предварительной оценки можно найти оптимальный угол коммутации по формуле [9]

$$\theta_{\max} \approx \tau_\gamma (\gamma - \mu_c). \quad (13)$$

#### ИССЛЕДОВАНИЕ АНАЛИТИЧЕСКОГО ВЫРАЖЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО УГЛА КОММУТАЦИИ

Исследуем выражение (10) на количество положительных корней, для этого воспользуемся теоремой Декарта [6] для знаков полинома.

Согласно теореме: количество положительных корней многочлена с вещественными коэффициентами равно количеству перемен знаков в ряду его коэффициентов или на чётное число меньше этого количества, для рассмотрения количества отрицательных корней надо брать функцию с отрицательным аргументом.

Применим теорему Декарта к выражению (10):

$$\begin{cases} \lambda^4 + (\tau_\gamma^2\gamma^2 - 1)\lambda^2 - \\ - (2\mu_c\gamma\tau_\gamma^2)\lambda + (\mu_c\tau_\gamma^2) = \Theta(\lambda); \\ \text{nr}(\Theta(\lambda) = 0 | \lambda > 0) = \\ = \nu(1, 0, (\tau_\gamma^2\gamma^2 - 1), -(2\mu_c\gamma\tau_\gamma^2), (\mu_c\tau_\gamma^2)) - 2k; \\ \text{nr}(\Theta(-\lambda) = 0 | \lambda < 0) = \\ = \nu(1, 0, (\tau_\gamma^2\gamma^2 - 1), (2\mu_c\gamma\tau_\gamma^2), (\mu_c\tau_\gamma^2)) - 2k; \\ k \in \mathbf{R}, \end{cases} \quad (14)$$

где  $\nu$  – функция количества знакоперемен.

Исходя из выражения (14) на суммарное количество рациональных корней крайне влияют знаки управляющего напряжения и момента сопротивления. Может так сложиться, что оптимального угла при заданных параметрах не существует.

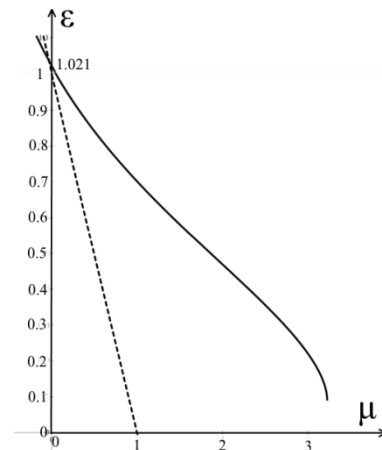
Также исследуем выражение (9) на запрещенные углы коммутации. При нулевом знаменателе выражение (9) теряет смысл, поэтому запишем множество запрещенных углов:

$$\theta_\varnothing = \frac{\pi}{2} + \pi\zeta, \quad \zeta \in Z. \quad (15)$$

Исходя из выражений (11), (12), (14), (15), можно записать необходимое условие локального максимума, для условия максимальной скорости вентильного двигателя на основе синхронного с постоянными магнитами, как сложную функцию угла коммутации:

$$\begin{cases} \theta_{\max} = \arccos \left[ \frac{\text{sign}(f)C}{6B^{1/6}} + \frac{\sqrt{F + \text{sign}(f)6\sqrt{12}\mu_c\tau_\gamma^2\gamma E}}{\text{sign}(g)6\sqrt{CB^{1/6}}} \right] + \pi\zeta, \quad \zeta \in Z; \\ \sin(\theta_{\max} - \Delta\theta) + \frac{\mu_c\tau_\gamma}{\cos(\theta)} - \tau_\gamma\gamma > 0, \\ 0 < \Delta\theta = |\theta_{\max}|, \Delta\theta \in \mathbf{R}; \\ \sin(\theta_{\max} + \Delta\theta) + \frac{\mu_c\tau_\gamma}{\cos(\theta)} - \tau_\gamma\gamma < 0; \\ \theta_{\max} \neq \theta_\varnothing = \frac{\pi}{2} + \pi\zeta, \quad \zeta \in Z. \end{cases} \quad (16)$$

Промоделируем систему уравнений (3) для условий  $\gamma=1$ ;  $\tau_\gamma=0,2$ , также для оптимальных углов и без регулирования по углу  $\theta=0$  и построим механические характеристики.



Механические характеристики вентильного двигателя с коррекцией и без, по оптимальному углу коммутации, для режима максимальной скорости под нагрузкой (штрихованная линия - это некорректированная механическая характеристика, гладкая – скорректированная)

Как видно из рисунка, скорректированная механическая характеристика не имеет момента короткого замыкания, в этом случае происходит срыв работы привода. Но за счет коррекции значительно расширяется рабочий диапазон скоростей привода.

В силу выражений (18) и (16) и с учетом закона Мура, при нынешнем развитии науки и техники, предлагается два варианта применения оптимального угла  $\theta_{\max}$  в практике.

Введем тензор типа

$$\Theta = T_n^{\mu}(\theta_{ijk}(\mu_c, \tau_\gamma, \gamma)). \quad (19)$$

В случае малой вычислительной мощности контроллера электропривода строится трехмерный тензор-массив (19) в долгосрочной энергонезависимой памяти микроконтроллера, содержащий дискретные значения оптимального угла  $\theta_{\max}$  с шагом дискретизации  $m$ , количеством элементов  $n^3$ , для широкого ряда параметров  $\mu_c$ ,  $\tau_\gamma$ ,  $\gamma$ , предварительно рассчитанных по выражениям (16), (18) и упорядоченных согласно возрастанию

по индексам  $i, j, k$ .

В случае удовлетворительной вычислительной мощности микроконтроллера при псевдостатических режимах электропривода необходимо вести расчет согласно алгоритму по выражениям (16) и (18).

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Поставленные в исследовании задачи решены и получены точные аналитические выражения для регулирования угла коммутации в процессе векторного управления электроприводом, в режиме максимальной скорости при известной нагрузке на валу. Получены необходимые динамические и статические математические модели, предложены методы эксплуатации полученных выражений в электроприводе. Все предлагаемые в исследовании соотношения подкреплены конкретными расчётами и компьютерным моделированием.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Уайт Д.С., Вудсон Г.Х. *Электромеханическое преобразование энергии*. М.:Л.: Энергия, 1964. 528 с.
2. Model reference adaptive backstopping based direct torque control of PM synchronous motor drives / Hai, L., Yan, W.-S., Li, H., Wei, Y. // 4th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications, ICIEA, 2009, art. no. 5138380, pp. 1173-1178.

3. Speed-sensorless direct torque control system of permanent magnet synchronous motor / X. Wang, Y. Xing, Y. Liu, D Yang, // Dongbei Daxue Xuebao/Journal of Northeastern University, 2012. №33(5). Pp. 618–621.
4. Sensor less control of synchronous machines based on direct speed and position estimation in polar stator-current coordinates / D. Paulus, J.-F. Stumper, R. Kennel, IEEE Transactions on Power Electronics № 28 (5), art. no. 6257501, 2013, pp. 2503-2513.
5. Воронин С.Г., Курносоев Д.А., Кульмухаметова А.С. Некоторые схемы и алгоритмы векторного управления синхронными двигателями с возбуждением от постоянных магнитов // *Электротехника*. 2013. №10. С. 50–54.
6. Анго А. Математика для электро и радио инженеров с предисловием Луи Де Бройля / Андре Анго; пер с фр. под общ. ред. К.С. Шифрина. М.: Наука, 1965. 780 с.
7. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / И.Н. Бронштейн, К.А. Семедяев; под ред Г. Гроше, В. Циглера. М.: Наука, 1986. 544 с.
8. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники: учеб. пособие. М.: Высш. шк., 1967. 780 с.
9. Юферов Ф.М. Электрические машины автоматических устройств: учебник для студентов вузов, обучающихся по спец. «Электромеханика». 2-е изд., перераб. и доп. М.: Высш. шк., 1988. 479 с.
10. Сизякин А., Румянцев М. Без датчика положения ротора: решения компании IR для управления вентильными двигателями // *Новости электроники (Электронный журнал)*. – 2011. – № 10. – Ст. 6.

#### INFORMATION IN ENGLISH

### SOME WAYS TO CONTROL OUTPUT PARAMETERS OF BRUSHLESS ELECTRIC MOTOR WITH VECTOR HANDLING

Voronin S.G., Hafizov G.T.

In this paper, we propose a new synthesis method of the drive parameter adjustment, which will simplify the task of vector control of a brushless motor. The structure of the solution to this problem is to consider the test actuator as a complex object, to obtain a mathematical model of the object and to determine the tasks of the structures necessary to solve the problem. In the course of the research work, analytical expressions of the dynamic electric model were obtained, which describe the operation of the drive in a pseudo-static mode, as well as accurate analytical expressions to determine the optimal mode: max speed at a certain moment of resistance. Computer simulation of a synchronous motor with permanent magnets in the ac electronic motor was carried out, besides, the authors obtained the appropriate process diagrams.

**Keywords:** brushless electric motor, a synchronous motor with permanent magnets, dynamic model, optimum angle switching, maximum speed under load.

#### REFERENCES

1. White D.S., Woodson G.H. *Elektromekhanicheskoe preobrazovanie energii* [Electromechanical energy conversion] Moscow, Leningrad, Energy, 1964, 528 p
2. Hai, L., Yan, W.-S., Li, H., Wei, Y. Model reference adaptive backstopping based direct torque control of PM synchronous motor drives, 4th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications, ICIEA, 2009, art. no. 5138380, pp. 1173-1178.
3. Wang X., Xing Y., Liu Y., Yang D. Speed-sensorless direct torque control system of permanent magnet synchronous motor, Dongbei Daxue Xuebao, Journal of Northeastern University, 2012, no. 33(5), pp. 618–621.
4. Paulus D., Stumper J.-F., Kennel R. Sensor less control

- of synchronous machines based on direct speed and position estimation in polar stator-current coordinates, IEEE Transactions on Power Electronics, no. 28(5), art. no. 6257501, 2013, pp. 2503-2513.
5. Voronin S.G., Kurnosov D.A., Kulmuhametova A.S. *Nekotorye skhemy i algoritmy vektornogo upravleniya sinkhronnymi dvigatelyami s возбуждением от постоянных магнитов* [Some Schemes and Vector Control Algorithms for Synchronous Motors with Permanent-magnet], Electronics, 2013, no. 10, pp. 50-54.
6. Ango A. *Matematika dlya elektro i radio inzhenerov s predisloviem Lui De Broilya* [Mathematics for Electrical and Radio Engineers with a foreword Louis de Broglie], André Angot; Translated from French, under the editorship of K.S. Shifrin, Moscow, Science, 1965, 780 p.
7. Bronstein I.N., Semedyaev K.A., *Spravochnik po matematike dlya inzhenerov i uchastnikov vuzov* [Handbook of Mathematics for Engineers and Students of Technical Colleges], Ed G. Grosche, W. Ziegler, Moscow, Science, 1986, 544 p.
8. Bessonov L.A. *Teoreticheskie osnovy elektrotehniki* [Theoretical Foundations of Electrical Engineering], textbook, Moscow, Higher School, 1967, 780 p.
9. Yuferov F.M. *Elektricheskie mashiny avtomaticheskikh ustroystv* [Electrical Machinery of Automatic Devices]. textbook for students enrolled in the specialty "Electromechanics", 2<sup>nd</sup> ed., revised and extended, Moscow, Higher School, 1988, 479 p.
10. Sizyakina A., Rummyantsev M. *Bez datchika polozheniya rotora: resheniya kompanii IR dlya upravleniya ventilyami dvigatelyami* [Without Rotor Position Sensor: Solutions of IR in the Field of Brushless Motors Control], Electronics News (Electronic Journal), 2011, no. 10, Article 6.